



# 空间引力波探测现状与展望

倪维斗<sup>1,2\*</sup>

1. 中国科学院大学国际理论物理中心(亚太地区), 北京 100190;

2. 中国科学院精密测量科学与技术创新研究院, 武汉物理与数学研究所, 武汉 430071

\*联系人, E-mail: wei-tou.ni@wipm.ac.cn

收稿日期: 2024-05-17; 接受日期: 2024-06-17; 网络出版日期: 2024-07-15

国家重点研发计划(编号: 2021YFC2201901)资助项目

**摘要** 空间引力波探测是依据引力理论推导出的天文动力学方程来探测引力波所引起航天器/天体间距离的改变和/或其状态的变化. 基本方法是使用电磁波(包括射电、微波、光波、X光、伽马射线等)多普勒跟踪与发射接收两端的稳定频率标准(源)比对, 如微波多普勒跟踪、光钟引力波探测、原子干涉引力波探测和激光干涉引力波探测等. 若两端的频率源稳定性不足, 则需使用基于多普勒跟踪组合的双路径广义迈克尔逊干涉. 现在正在建造、规划的空间引力波探测器主要的是激光干涉仪, 涵盖中频(0.1–10 Hz)、与低频(毫赫兹0.1–100 mHz和微赫兹0.1–100  $\mu$ Hz)波段引力波的探测. 本文评述这些引力波探测的现状和展望.

**关键词** 引力波, 空间引力波探测, 空间时延干涉, 激光迈克尔逊干涉引力波探测, 毫赫兹引力波, 微赫兹引力波, 分赫兹引力波, 多普勒跟踪, 光钟引力波探测, 原子干涉引力波探测

**PACS:** 04.80.Nn, 04.80.-y, 95.30.Sf, 95.55.Ym

## 目录

1 引言	2	测任务	6
1.1 历史背景	2	1.8 中频引力波探测规划	7
1.2 广义相对论预测的引力波幅度与当时技术上可探测精度之差距	3	1.9 引力波探测器组网联合观测	7
1.3 空间引力波探测源起	3	1.10 微赫兹引力波探测规划、美Astro2020 APC白皮书和欧空局后LISA空间引力波探测初步征求白皮书	9
1.4 LISA (Laser Interferometric Space Antenna)激光干涉空间引力波探测任务	4	1.11 多普勒跟踪、光钟引力波探测、原子干涉引力波探测和脉冲星阵列探测	11
1.5 ASTROD使用光学设备进行天体动力学空间相对论测试和ASTROD-GW激光干涉空间引力波探测任务	5	1.12 应变功率谱密度幅度、特征应变、归一化引力波能量谱密度	12
1.6 DECIGO和BBO激光干涉空间引力波探测任务	6	2 天文动力学任务与空间引力波探测的基本原理	12
1.7 太极Taiji和天琴TianQin激光干涉空间引力波探测任务		2.1 太阳系中的引力和轨道观测/实验	12
		2.2 引力磁效应以及太阳角动量和银河角动量的测	

引用格式: 倪维斗. 空间引力波探测现状与展望. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2024, 54: 270402

Ni W-T. Space gravitational wave detection: Progress and outlook (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2024, 54: 270402, doi: 10.1360/SSPMA-2024-0186

量	15
3 航天器多普勒跟踪与脉冲激光测距	19
3.1 航天器电磁波多普勒跟踪与其引力波响应	19
3.2 脉冲激光测距	21
4 脉冲星阵列引力波探测	21
5 光钟与原子干涉引力波探测	23
6 空间激光干涉引力波探测器光学测长噪声、惯传/加速度计噪声(核心噪声)以及频率噪声效应	25
7 空间光学干涉引力波探测, 延迟线和时延干涉	27
7.1 星光干涉仪与引力波探测	27
7.1.1 微赫兹与亚微赫兹低频引力波的探测	28
7.1.2 超低频段(10 fHz–300 pHz)引力波的探测 <sup>[126]</sup>	29
7.2 广义迈克尔逊干涉与时延干涉	29
7.3 连续可调光纤延迟线与引力波探测	31
8 探测灵敏度和其噪声要求	32
9 空间引力波探测的科学目标	35
9.1 致密双星	36
9.2 大质量黑洞及其与星系的共同演化	36
9.3 极端质量比旋进(EMRI)	37
9.4 测试相对论引力	37
9.5 暗能量和宇宙学	37
9.6 原初(遗迹)引力波	37
10 基本轨道组态、角分辨率和多编队组态	38
10.1 绕地轨道的组态	38
10.2 类LISA型的基本轨道组态	38
10.3 ASTROD-GW的基本轨道组态	39
10.4 角度分辨率	42
10.5 六/十二航天器编队	43
11 使用星历进行的轨道设计和轨道优化	43
11.1 CGC星历	43
11.2 LISA和Taiji的数值轨道设计和轨道优化	44
11.3 ASTROD-GW的轨道优化	44
11.3.1 CGC 2.7.1星历	45
11.3.2 航天器初始条件的初步选择	45
11.3.3 优化方法与优化后特征	45
12 类地太阳轨道编队部署	45
13 时延干涉测量(TDI)	46
14 有效载荷	48
15 总结与展望	49

## 1 引言

空间激光干涉引力波探测器基本上是基于广义的迈克尔逊干涉原理。迈克尔逊干涉是将一束光的波前分成两部分, 形成不同路径的两束光, 汇合到相同位置产生的干涉。迈克尔逊干涉自19世纪发明以来, 一

直是一种高精密度的测量方法。要求其两个路径的光程差小于其相干长度。引力波对两个路径的光程有不同的影响。空间激光干涉引力波探测即利用迈克尔逊干涉探测此光程差, 以测定到达的引力波。本文讨论此广义的迈克尔逊干涉对实现空间引力波探测所需的灵敏度及其对路径(轨道)设计和核心噪声(激光测长和惯性传感)的要求, 以及其对各种引力波源的探测可能。空间引力波探测基本上是测量来到太阳系的引力波所引起航天器/天体之间距离的改变。要区分各种因素对距离改变的影响使用的是天文动力学方程, 由天文动力学空间任务实现测量。现在正在建造、规划的空间引力波探测器主要的是使用广义迈克尔逊干涉的激光干涉仪, 涵盖中频(0.1–10 Hz)与低频(毫赫兹0.1–100 mHz和微赫兹0.1–100  $\mu$ Hz)波段引力波的探测。广义的迈克尔逊干涉可视为多普勒跟踪的一种组合。微波多普勒跟踪探测引力波是已实现且制约引力波强度的一种方法。脉冲星阵列探测到的甚低频(纳赫兹0.3–100 nHz)波段背景引力波的基本原理是基于统计多普勒跟踪的方法。光钟引力波探测和原子干涉引力波探测的方法是具有发展与竞争潜力的, 其原理也是基于多普勒跟踪。空间星光干涉仪亦具有探测引力波的潜力。本文也简短地评述讨论这些引力波探测的研究现状和展望。

### 1.1 历史背景

引力波的探测离不开天文观测和天体测量的发展。在1609年伽利略(1564–1642年)等人<sup>[1]</sup>使用望远镜观测天体星象之前, 人类使用肉眼和机械仪器(如浑天仪、简仪等)观测天体的位置和运动。郭守敬(1231–1316年)发明了简仪、高表等十二种新仪器观测天象, 并参与许衡(1209–1281年)主编的授时历(1276–1280年)编纂, 完成了当时精确适用的历法([明]宋濂·元史·天文志)<sup>[2]</sup>。第谷(1546–1601年)在丹麦厄勒海峡中的汶岛建立了乌拉尼堡天文台和星堡天文台, 陆续改进并发明了许多新仪器长期观测星象<sup>[3]</sup>。其助理开普勒使用这些观测数据推出了行星运动三定律(开普勒三定律)<sup>[4]</sup>。开普勒三定律、伽利略斜面上物体的运动定律<sup>[5]</sup>和17世纪前半天文学的发展促使牛顿三定律和其世界体系的形成。这个时期卡西尼(Cassini)和皮卡德(Picard)<sup>[6]</sup>于1671年在巴黎, 里希尔(Richer)在南美洲以三角测距法测定了火星距离, 确定了太阳系的尺度;

罗默于1676年从木卫一在不同时期蚀的时差以及木星和地球不同时间的距离变化发现光以有限速度传播并推定了光的速度<sup>[7]</sup>. 这是天体测量学的高光时刻.

牛顿世界体系的完成<sup>[8]</sup>和17与18世纪大量的天文观测进一步推动了天文学的发展. 19世纪初太阳光谱线的发现与研究开启了天体物理学的滥觞<sup>[9]</sup>. 这个时期在天体测量方面: 哈雷在1705年预言1680年观测到的大彗星将在1758年会再接近地球. 果然在1758年12月25日, 德国的一位业余天文学家约翰·格奥尔格·帕利奇观测到其回归<sup>[10]</sup>. 之后, 此彗星被称为哈雷彗星. 哈雷彗星下一次回归, 将在2061年. 1781年赫歇尔发现天王星. 继续的观测发现其轨道和牛顿力学的计算有些差异, Le Verrier于1846年预测在特定位置有另外一颗行星产生了轨道的扰动. 同年, 德国天文学家Galle和d'Arrest在预测位置 $1^\circ$ 角之内发现了一颗新的行星, 称为海王星<sup>[10]</sup>. 这是牛顿体系发展的极盛时刻. 1859年, Le Verrier发现了水星近日点以每世纪 $38''$ 的速率超前牛顿万有引力理论计算出的值<sup>[11,12]</sup>. 这个和牛顿理论的差异称为水星近日点进动异常, 促使19世纪下半叶提出了许多新引力理论<sup>[12]</sup>.

## 1.2 广义相对论预测的引力波幅度与当时技术上可探测精度之差距

1915年爱因斯坦提出的广义相对论最终解释了水星近日点进动异常<sup>[12-14]</sup>, 并在理论上预测了引力波的存在和辐射强度<sup>[14,15]</sup>. 然而, 当时爱因斯坦估算引力波辐射的强度, 与当时可探测到的强度相比甚小, 宣称引力波辐射虽然存在, 但是在技术上不可能量测到.

1910年, 天文界确定了异常昏暗的白矮星之大小与质量<sup>[16,17]</sup>. 银河星系中白矮星双星绕转可产生毫赫兹引力波, 此引力波及其迭加形成的前景辐射是现今空间引力波探测的一个重要目标, 也是当时存在的引力波波源. 辐射强度在太阳系中能造成的特征应变约为 $10^{-19}$ – $10^{-20}$ , 处于其视线至太阳系间的天体在我们观测时会有约 $10^{-19}$ – $10^{-20}$ 弧度角的毫赫兹变化. 当时的天文观测尚无自适应光学的方法, 角度的观测受大气视相的限制, 约在 $1''$ , 即 $5 \times 10^{-6}$ 弧度角左右, 和能探测到的精度差了14–15个量级, 20世纪10年代在技术上的确不可能测量到<sup>[18]</sup>.

经过百年技术的发展和其间Weber以共振棒探测引力波实验之后引力学术界不懈的努力, LIGO团队和

Virgo团队使用LIGO 4 km臂长探测器终于在2015年探测到黑洞合生发出的35–500 Hz引力波<sup>[19,20]</sup>, 随后在2017年又使用LIGO探测器和Virgo 3 km臂长探测器探测到中子星合生发出的35–500 Hz引力波<sup>[21]</sup>, 其应变振幅大小在 $10^{-20}$ 左右.

1915年时, 迈克尔逊干涉仪测应变的精度应有10 ppm, 但与能探测到的精度亦差了15个量级. 受地面和大气质量变动与振动的影响, 在地面或地下探测毫赫兹的引力波几乎不可能. 要探测白矮星双星绕转产生的毫赫兹引力波或超大质量黑洞合生所产生的引力波, 需要在空间进行.

## 1.3 空间引力波探测源起

1957年, 苏联发射了人类的第一颗卫星, 开启了空间时代. 随着20世纪60年代激光器的发明、20世纪60年代卫星激光测距和月球激光测距的实施使得天文测距的精度可以达到米级及后来的厘米级、毫米级, 今向亚毫米级开展<sup>[22,23]</sup>, 连同射电及微波测距的发展大大地改善了月球历和行星历的精度<sup>[24-26]</sup>. 关于天文角度的观测, 在地面有自适应光学技术的实现<sup>[27]</sup>和星光干涉仪的建造<sup>[28,29]</sup>, 在空间有SIMS的提出和Gaia的实现<sup>[30,31]</sup>, 精度分别可达亚毫角秒级和亚微角秒(sub- $\mu$ as)级. 特长基线干涉测量法<sup>[32,33]</sup>(VLBI: Very long baseline interferometry)测角精度达到 $1 \mu$ as, 走向亚微角秒(sub- $\mu$ as)级.

激光测月和20世纪70年代大地测量无拖曳航天的研发连同地基公里级激光引力波探测概念的提出, 促使引力波探测的空间激光干涉测量概念在1977–1989年发展起来<sup>[34-40]</sup>. 关于引力波探测的空间激光干涉仪的第一个公开提案是在下列两会上提出的: (i) 于1980年在华盛顿举行的Active Optical Devices and Applications会议上由Decker, Randall, Bender(本德)和Faller(法勒)提出<sup>[35]</sup>; (ii) 于1981年6月8–12日在盖瑟斯堡(Gaithersburg)举行的第二届国际精密测量和基本常数会议(Second International Conference on Precision Measurement and Fundamental Constants (PMFC-II))上由法勒和本德提出<sup>[36,37]</sup>. 这项开创性的方案<sup>[36,37]</sup>提出了使用激光干涉测量技术在空间实现的引力波任务概念. 此方案谈到两个基本要素: 用于补偿航天器(spacecraft[S/C])受到扰动的无拖曳航天和用于提高测量灵敏度的激光干涉测量. 在1989年法勒、本德和其

同事<sup>[40]</sup>选择了如图1所示的航天器编队轨道作为其空间激光观测引力波天线(LAGOS: LAsEr Gravitational-wave Observatory in Space)的空间任务轨道: 三个航天器在地球轨道后约30°的位置绕日编队而行, 中心的航天器在周期为1年的绕日轨道上运行, 三航天器所在平面与黄道面夹60°角, 形成一个臂长为100万公里的直角三角形. 两端的航天器接收中心航天器发出波长530 nm、功率1 W的激光. 接收后弱光锁相局部激光器(即等效于放大), 再发射回中心航天器, 产生干涉. 若有引力波通过, 干涉条纹会随着变化可探测之(图1和2). 两端的航天器轨道的倾角为1/300, 其离心率为 $3^{-1/2}/300$ , 相对于中心航天器的轨道, 为周期一年、半径100万公里之圆形轨道(参见10.2节). 在 $10^{-3}$ – $10^{-1}$  Hz之间可期待的应变灵敏度是 $1 \times 10^{-21} \text{ Hz}^{-0.5}$ . 其主要科学目标是探测大数目的双星系统产生的连续引力波和星系形成时期所发出的迸发引力波.

本德和法勒致力于月球激光测距并使用干涉测量法测量自由落体加速度, 自然地提出了这个空间探测引力波实验. 事实上, 在地球重力加速度的干涉测量中, 在真空下落的遮掩罩内自由下落的测试质量运动可以看成在空间的无阻力运动<sup>[41]</sup>. 1990年在国际度量衡局(BIPM)绝对重力计的比对中产生的差异, 通过对由有限光速产生的干涉测量修正可部分解释<sup>[42]</sup>. 在航天器跟踪中, 有限光速始终被纳入其中. 引力波任务的测试质量和重力仪的测试质量都可以视为太阳系中的自由落体, 并利用天体动力学方程进行跟踪. 因此, 我们看到了空间大地测量学、伽利略等效原理(自由落体的普遍性)实验和引力波探测任务之间的关联. LISA空间激光干涉引力波探测团队对GRACE follow-on空间任务<sup>[43]</sup>的连续激光测距重力梯度之贡献, 和开发此子项目对LISA技术之贡献的关联是这样的一个例子. 太极-1技术探测卫星在完成调整后作为观测地球大地重力场的情况也是这样的例子<sup>[44]</sup>.

#### 1.4 LISA (Laser Interferometric Space Antenna)激光干涉空间引力波探测任务

空间引力波探测进展的一大步是LISA(臂长500万公里)获欧空局(ESA: European Space Agency)选中在1993年做M3评估研究, 以及后来入选成为“地平线2000Plus”的第三个基石任务<sup>[45]</sup>. 2000年之后, LISA成为ESA-NASA联合任务, 直到2011年NASA退出为止.

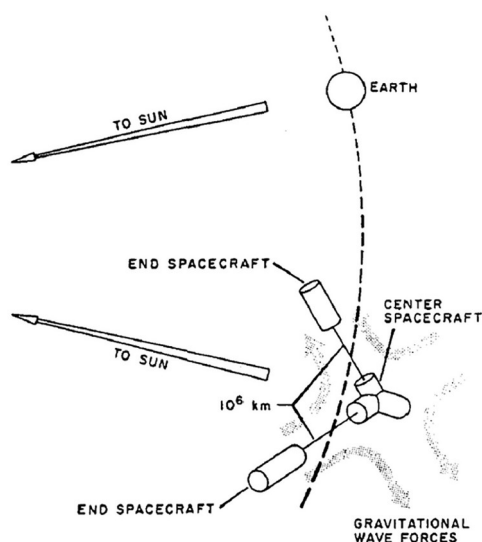


图1 LAGOS空间引力波探测概念的航天器编队轨道示意图. 图片来自文献[40]

Figure 1 (LAGO's) Laser heterodyne gravitational wave antenna. The figure is from ref. [40].

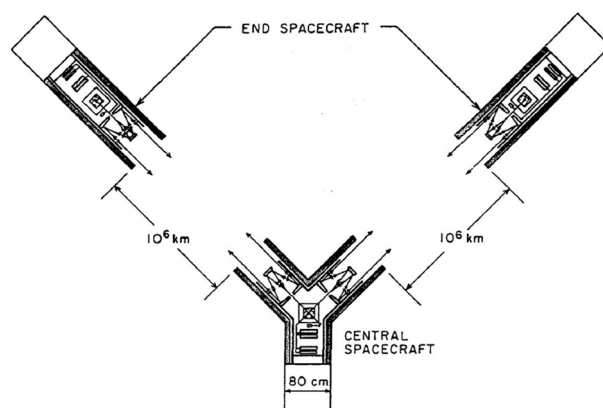


图2 LAGOS空间引力波探测概念的航天器图. 图片来自文献[40]

Figure 2 (LAGO's) Laser heterodyne gravitational wave antenna showing spacecraft detail. The figure is from ref. [40].

1998年, LISA Pathfinder被选为欧空局高级技术研究小型任务(SMART)中的第二个任务, 开发和测试极为严格的无阻力航天技术. 值广义相对论百年庆典之际, 欧空局于2015年12月3日在法属圭亚那库鲁的欧洲航天港使用Vega火箭发射了LISA Pathfinder, 并成功演示了观测引力波所需的无阻力技术<sup>[46,47]</sup>. 同时, 欧空局赞助了一项基础物理共同载具(common bus)技术参考研究, 并于2008年完成<sup>[48]</sup>. 2011年, LISA团队提出

NGO (New Gravitational-wave Observatory)/eLISA (evolved LISA)<sup>[49]</sup>, 以适应预算变化, 将目标臂长从500万公里缩减至100万公里, 获得了良好的评价. 2013年11月, 欧空局宣布已为L2和L3发射机会选择了科学主题——L2的“热与充满能量的宇宙”和L3的“引力宇宙”(ESA Media Relations Office/Communication Department. The hot and energetic Universe and the search for elusive gravitational waves, [http://www.esa.int/Our\\_Activities/Space\\_Science/ESA\\_s\\_new\\_vision\\_to\\_study\\_the\\_invisible\\_Universe](http://www.esa.int/Our_Activities/Space_Science/ESA_s_new_vision_to_study_the_invisible_Universe)). 当时欧空局L3任务可能的一个发射机会在2034年. 当欧空局与美国航天局合作的项目LISA Pathfinder (LISA探路者)在2015年12月成功发射, 并在2016年达成其技术目标之后, 2017年6月欧空局正式选定LISA为其第三大型空间任务(L3)<sup>[50]</sup>, 美国航天局参与合作, 出资任务总额的20%. 此时LISA科学团队选取的臂长为250万公里(2.5 Gm), 探测编队由三个航天器形成精确到1%之正三角形构成(图3), 可以组成多重的时延干涉(TDI: Time Delay Interferometry)<sup>[50]</sup>. 于2023年9月完成其定义研究报告<sup>[51]</sup>.

欧空局科学计划委员会于今年1月25日批准了LISA空间任务<sup>[52]</sup>. 这是探测和研究来自太空的引力波的科学努力, 第一次获得“采用adoption”(立项), 承认任务概念和技术足够先进, 并批准建造仪器和航天器, 一旦选择了欧洲工业承包商, 这项工作将于2025年1月开始. LISA计划于2035年由Ariane 6火箭发射, 需要一年时间转移到科学轨道, 因此科学阶段的开始时间应是2036年. LISA空间任务将探测到许多 $10^4$ – $10^7 M_{\odot}$ 的双黑洞旋进和并合所产生的引力波, 研究黑洞和星系的相互演化; 以双黑洞引力波源观测特征之尺标定距, 准确地测定宇宙天体的亮度距离, 协助确认其他方法测定之宇宙膨胀的变化; 从众多银河白矮星和中子星双星的分布观测, 进一步掌握改善欧空局Gaia天体测量空间任务获得的银河结构模型, 并检验MOND (MODified Newtonian Dynamics)理论; 探索早期宇宙引力波; 检验广义相对论及宇宙论.

### 1.5 ASTROD使用光学设备进行天体动力学空间相对论测试和ASTROD-GW激光干涉空间引力波探测任务

使用光学设备进行天体动力学空间相对论测试 (ASTROD天竿: Astrodynamical Space Test of Relativity

using Optical Devices)的总体概念是让一组航天器在太阳系中无拖曳航天, 并使用光学设备相互测距来探测太阳系引力场, 从而测量相关的太阳系参数、测试相对论引力、观察太阳低- $\ell$ (g模式、f模式和p模式)振荡, 以及探测引力波. ASTROD的基础方案于1993年提出, 此后一直处于概念、仿真和实验室研究阶段<sup>[53–70]</sup>. 1996年, 提出了使用地面站到ASTROD I航天器双向测距的ASTROD I(亦称Mini-ASTROD)任务概念, 用于测试广义相对论和测绘太阳系引力场<sup>[53]</sup>. 仿真研究表明, 对爱丁顿参数 $\gamma$ 而言, 太阳系相对论引力测试精度可达到 $10^{-9}$ , 比现有太阳系测试精度可提高3–4个数量级<sup>[71–75]</sup>. 2009年初, 研究人员响应中国科学院引力波任务研究的号召, 提出了主要用于引力波的任务概念ASTROD-GW(针对引力波优化的ASTROD), 提出并研究了分别在日地拉格朗日点L3, L4和L5附近运行的3个航天器, 臂长260 Gm以激光干涉探测引力波的任务概念<sup>[76–81]</sup>, 如图4<sup>[78]</sup>. 如要使黄道极轴方向具有灵敏度, 航天器编队须有一些倾角, 带倾角的ASTROD-GW轨道配置示意图, 如图5<sup>[82]</sup>.

ASTROD-GW空间任务的臂长是LISA的百倍, 灵敏度在低频好两个量级, 将探测到许多 $10^5$ – $10^{10} M_{\odot}$ 的双黑洞旋进和并合所产生的引力波, 可进一步研究黑洞和星系的相互演化; 以双黑洞引力波源观测特征尺标定距, 可更准确地测定宇宙天体的亮度距离; 协助确认并改进LISA和其他方法测定宇宙膨胀的变化; 探索早期宇宙微赫兹引力波; 更大范围检验广义相对论及宇宙论.

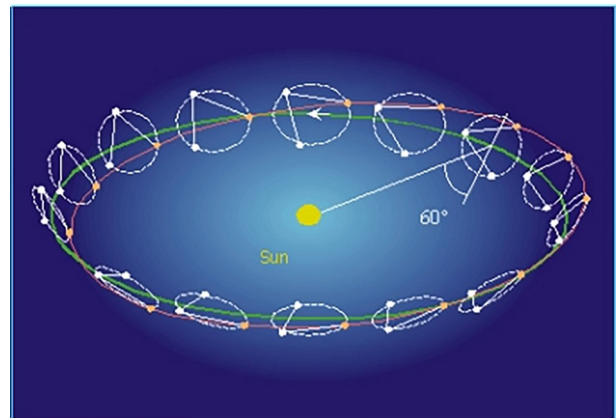


图3 (网络版彩图) LISA及类LISA空间引力波探测计划/概念的太阳轨道航天器编队运行示意图. 图片来自文献[45]

Figure 3 (Color online) Schematic of LISA/LISA-type orbit configuration in Earth-like solar orbit. The figure is from ref. [45].

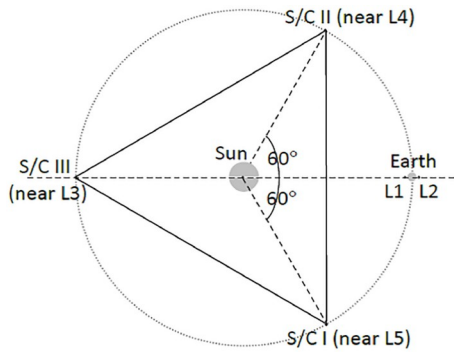


图 4 ASTROD-GW轨道配置示意图<sup>[78]</sup>  
Figure 4 Schematic of ASTROD-GW orbit configuration [78].

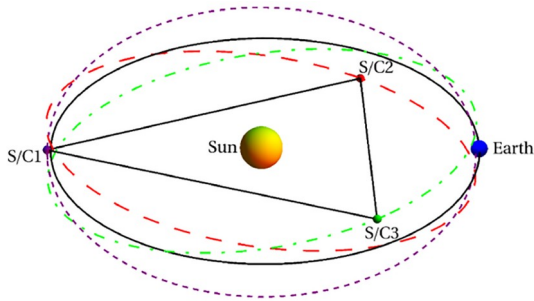


图 5 (网络版彩图)带倾角的ASTROD-GW轨道配置示意图<sup>[82]</sup>. 垂直轴比例放大十倍的3D视图, 其在黄道面上的投影基本上如图4

Figure 5 (Color online) Schematic of ASTROD-GW orbit configuration with inclination [82]. 3D view with the scale of the vertical axis multiplied tenfold. Its projection on the ecliptic plane looks basically like Figure 4.

在ASTROD-GW方案提出之前, Super-ASTROD于1996<sup>[53]</sup>年被提出, 3个航天器位于类木星轨道, 1个航天器位于地日拉格朗日点L1附近, 另一个位于具有大倾角的类木星轨道. 2008年对引力波探测和宇宙学模型/相对论引力测试双重科学目标进行了研究<sup>[83]</sup>. 随着ASTROD-GW的提出, Super-ASTROD的基本引力波探测配置使用4–5个航天器中的3个分别布置在太阳-木星拉格朗日点L3, L4和L5附近运行. Super-ASTROD空间任务的臂长是ASTROD的五倍, 灵敏度在低频再提升五倍, 可探测更大黑洞的旋进和并合, 并可进一步探索宇宙引力波背景辐射和检验宇宙论.

## 1.6 DECIGO和BBO激光干涉空间引力波探测任务

DECIGO (DECI-Hz Gravitational Observatory)分赫兹干涉仪引力波天文台<sup>[84]</sup>于2001年在日本被提出,

目的是在地面高频带和当时其他空间引力波探测器的低频带之间的中频观测频带探测来自早期宇宙的背景引力波. 它将使用与地面干涉仪相同的法布里-珀罗方法, 但臂长为1000 km, 精细度为10. 作为LISA的后续计划, 美国提出了臂长50000 km的BBO (Big Bang Observer)<sup>[85]</sup>, 也具有相同的目标. 如图6所示DECIGO/BBO的两种可能版本, 一是由3个航天器一组共4组, 一是由4个航天器一组共3组, 均具有12个航天器. 它们将通过相关分析直接测量随机引力波背景<sup>[86]</sup>. 其原始目标是探测原初引力波. 在地面引力波探测器探测到引力波之后, 作为DECIGO的先驱, DECIGO团队提出了B-DECIGO, 其设计从DECIGO精简而来, 包括一个由三个航天器组成的集群, 彼此间相隔100 km. 臂腔镜直径为0.3 m, 质量30 kg, 腔体精细度为100, 具有足够的噪声灵敏度, 可探测许多中频引力波源, 是一个第一、二阶段之间可行的规划<sup>[87]</sup>.

## 1.7 太极Taiji和天琴TianQin激光干涉空间引力波探测任务

在2015年, LIGO-Virgo团队成功使用aLIGO双4 km地面探测器三次直接探测到黑洞双星合生引力波后, 引力波探测成为热门话题. LISA Pathfinder的成功发射并达成其技术目标<sup>[46]</sup>, 更引起了空间引力波探测的热潮. 2016年, 太极团队推展在2014年提出, 臂长为300万公里, 使用类LISA轨道的ALIA-descope<sup>[88]</sup>空间

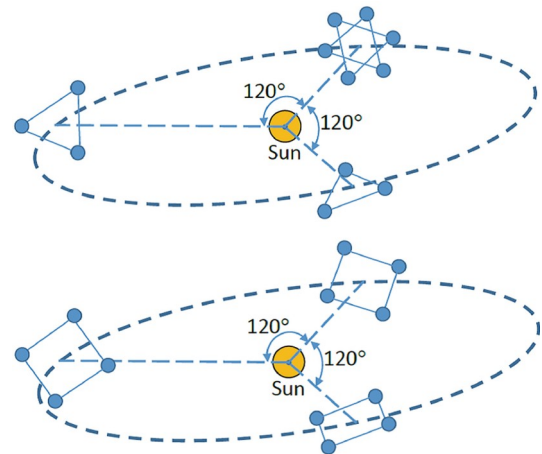


图 6 (网络版彩图) BBO和DECIGO在类地太阳轨道上的两种示意性配置

Figure 6 (Color online) Two schematic configurations of BBO and DECIGO in Earth-like solar orbits.

引力波探测计划, 正式称为太极(Taiji)计划<sup>[89]</sup>, 可与LISA组网联合观测, 增强科学目标<sup>[90-93]</sup>, 特别是引力波源定位的改进, 轨道示意如图7<sup>[93]</sup>. 天琴团队提出了臂长为17万公里, 使用地心轨道的天琴(TianQin)计划<sup>[94]</sup>. 其轨道示意如图8<sup>[94,95]</sup>, 主要探测频段在毫赫兹, 可组网联合观测, 增强科学目标<sup>[96,97]</sup>. 2018年, 太极团队发射了Taiji-1技术卫星<sup>[98]</sup>; 天琴团队发射了TianQin-1技术卫星<sup>[99]</sup>, 均完成了第一阶段的技术发展与测试. 两个团队正在积极地进行概念与技术研究以完成其定义研究报告.

### 1.8 中频引力波探测规划

由于理论上黑洞质量间隙的存在, 21世纪的前十年, 许多人认为, 在中频带的天体物理黑洞合生引力

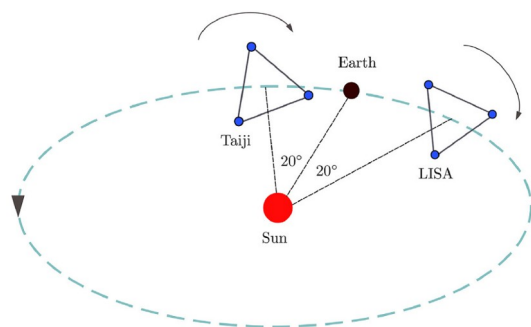


图 7 (网络版彩图) LISA-Taiji组网的配置. LISA星座相对于地球偏移20°. 而太极星座则领先地球20°. 图片来自文献<sup>[93]</sup>

Figure 7 (Color online) Configuration of the LISA-Taiji network. The LISA constellation follows the Earth by 20°, while the Taiji constellation leads the Earth by 20°. The figure is from ref. <sup>[93]</sup>.

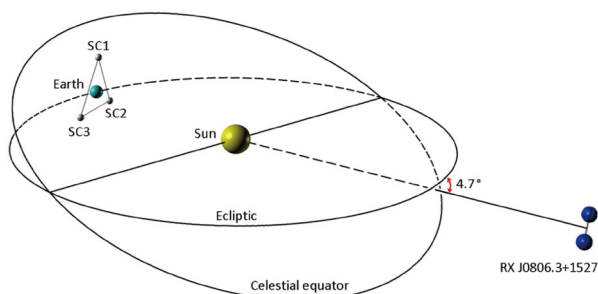


图 8 (网络版彩图) TianQin星座(S/C1, S/C2 & S/C3)轨道配置示意图. 双白矮星J0806的方位显示于图右. 图片来自文献<sup>[94,95]</sup>

Figure 8 (Color online) Schematic of TianQin (S/C1, S/C2 & S/C3) orbit configuration. The direction to J0806 is shown. The figure is from refs. <sup>[94,95]</sup>.

波源极为稀少. 因此, 他们希望在该频带中探测振幅较低的原初引力波, 提出并研究了两个任务概念——DECIGO<sup>[84]</sup>和BBO (Big Bang Observer)<sup>[85]</sup>. 因为这两个任务概念所需的灵敏度很高, 它们属于第二代或第三代的引力波空间任务概念. 其最灵敏的探测波段在2015年地面探测到的35–500 Hz引力波和LISA要探测的毫赫兹引力波之间, 是在分赫兹的中频引力波段(0.1–10 Hz). 在LIGO-Virgo探测到的双黑洞并合事件中经常观察到质量约为30  $M_{\odot}$ 的黑洞源, 其并合前旋进产生的引力波经过整个中频带. 在2019年, LIGO-Virgo探测到了总质量约为150  $M_{\odot}$ 的间隙事件<sup>[100]</sup>, 更增加了中频引力波可探测源之预期.

对于中频引力波探测的方法, 在2015年之前, 有前述的DECIGO和BBO空间激光干涉引力波探测概念和各种地面引力波探测概念<sup>[101]</sup>. 在2016年之后, 科研人员对这些探测器进行了进一步的研究, 并且也提出了各种具时效的探测器<sup>[102,103]</sup>. 关于月基引力波探测器的最新规划与进展, 可参见1st Sino-European Workshop on Lunar-Based Gravitational Waves Detection, April 27–30 2024, Beijing之网站[https://swlgwd2024.scimeeting.cn/en/web/index/22418\\_1878717\\_\\_](https://swlgwd2024.scimeeting.cn/en/web/index/22418_1878717__). 关于空间激光干涉探测的有AMIGO (Astrodynamical Middle-frequency Interferometer GW Observatory)<sup>[104-106]</sup>和B-DECIGO<sup>[87]</sup>. AMIGO和B-DECIGO的重要目标是联网观测和探测中等质量黑洞双星. AMIGO在技术上为第一代的激光干涉中频引力波探测器.

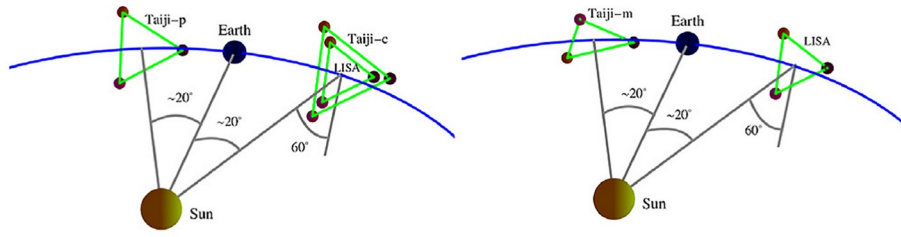
### 1.9 引力波探测器组网联合观测

LIGO-Virgo的组网共同探测增进了其引力波源定位的精度, 促进多信使观测的实现.

空间引力波探测器参与组网观测的优势包括引力波源的快速定位, 对相对论引力的深度联合检验, 对引力波偏振测试和可能的非零宇宙偏振旋转测量, 更好地测定银河引力波前景, 以及提高星级双黑洞系统和大质量双黑洞系统引力波事件探测率等.

臂长300万公里的太极空间引力波探测计划采用类LISA的探测方案. 如能在LISA探测时期(2036年后), 进行共同探测, 则可迅速改善0.1 mHz–0.1 Hz频段的低频引力波源的定位精度<sup>[90-93]</sup>, 易于实现多信使观测.

现在以LISA-Taiji为例子说明空间引力波探测器组网的可能选择方案(图9)<sup>[92,93]</sup>: (i) LISA-Taiji-c, 其中



**图 9** (网络版彩图) LISA和备选太极任务轨道部署示意图. 左图显示LISA任务, 偏后地球绕日轨道约 $20^\circ$ , 并且相对黄道平面倾斜 $+60^\circ$ . 太极-p领先地球绕日轨道约 $20^\circ$ , 倾斜 $+60^\circ$ . 太极-c与LISA同位置且共面. 右图显示LISA和太极-m, 太极-m领先地球约 $20^\circ$ , 并倾斜 $-60^\circ$ . LISA和太极-m星座平面之间的夹角约为 $71^\circ$ , 而LISA和太极-p编队平面之间的夹角约为 $34.5^\circ$ . 图片来自文献[92,93]

**Figure 9** (Color online) Diagrams of the LISA and alternative Taiji mission orbit deployments. The left plot shows the LISA mission, which trailing the Earth by approximately  $20^\circ$  and is inclined by  $+60^\circ$  with respect to the ecliptic plane. The Taiji-p leads the Earth by  $\sim 20^\circ$  and is inclined by  $+60^\circ$ . The Taiji-c is colocated and coplanar with LISA. The right panel shows the LISA and Taiji-m, which lead the Earth by  $\sim 20^\circ$  and  $-60^\circ$  inclined. The angle between the LISA and Taiji-m constellation planes is  $\sim 71^\circ$ , and the angle between LISA and Taiji-p formation planes is  $\sim 34.5^\circ$ . The figure is from refs. [92,93].

Taiji-c与LISA同位置且共面. 由于其与LISA的光学重叠函数较好, 此配置组网对随机引力波观测是最灵敏的; (ii) LISA-Taiji-p(基准配置), 其中Taiji-p轨道领先地球约 $20^\circ$ , 编队平面相对于黄道面倾斜 $+60^\circ$ , 与LISA相同; (iii) LISA-Taiji-m, 其中Taiji-m领先地球约 $20^\circ$ , 编队平面相对于黄道面倾斜 $-60^\circ$ .

目前, LISA-Taiji-p配置是基准配置. 太极团队将及时决定最终采用何配置.

在线性化的现象学模型或独立探测器网络的模板的最小二乘(高斯、卡尔曼、费舍尔矩阵等)参数估计中, 观测数据的排序或顺序不会影响最终结果. 例如, 在一个由A、B和C三个探测器组成的网络中, (i) A在时间间隔 $[t_{A1}, T_{A1}]$ 内观测并获得数据块A1, 并在时间间隔 $[t_{A2}, T_{A2}]$ 内获得数据块A2; (ii) B在时间间隔 $[t_{B1}, T_{B1}]$ 内观测并获得数据块B1, 并在时间间隔 $[t_{B2}, T_{B2}]$ 内获得数据块B2; (iii) C在时间间隔 $[t_{C1}, T_{C1}]$ 内观测并获得数据块C1, 并在时间间隔 $[t_{C2}, T_{C2}]$ 内获得数据块C2. 最小二乘参数估计方法不区分是否用总数据块或以不同顺序或甚至按任何顺序依次进行估计, 最终结果都将相同.

由于LISA和Taiji具有相似的灵敏度目标, 这意味着如果我们独立对待LISA和Taiji, 灵敏度将提高约1.4倍. 然而, 使用LISA-Taiji网络, 有额外的相对位置和相对方向的可观测量, 对于确定引力源角位置和方向是重要的. 有了这些, 源角位置和方向可以像LIGO-Virgo-KAGRA团队在地基引力波观测中那样快速确定. 在空间LISA-Taiji网络中, 可以精确测定LISA和Taiji的

相对距离以及它们的方向. 这些是确定源角位置和方向的重要可观测量. 有了这些, 其他参数的估计可以迅速提高. LISA和Taiji-p/Taiji-m将在轨道上相隔约100 Gm或约 $40^\circ$ , 约30–40倍于LISA和Taiji各自的尺寸. 大多数可观测的引力波源是(准)周期性的. 对于这些源, 与单个探测器相比, 两个月内天空定位区域可以提高两个数量级. 半年或一年后, 单个探测器的位置绕着轨道转动, 而这些源是(准)周期性的, 一个单独的LISA或Taiji相当于多个处于不同位置 and 时间的探测器, 能够以良好的天空定位探测(准)周期性源; 网络只会在立体角定位方面有大于2倍的提高( $2^{1/2} \times 2^{1/2} \times$  由于LISA和Taiji相对距离信息的增强因子). 网络的早期快速的定位分辨率之提升对于多信使观测至关重要.

LIGO-Virgo组网和LISA-Taiji组网都是同时同波段观测的例子. 除能迅速定位外, 同时或不同时进行多频带观测还将增加可观测事件的数量. 如果现象学模型/理论模板是坚实的, 那么在不同频率进行观测, 即同时或不同时进行多频带观测, 将更有效地改善参数估计. 例如, 通过毫赫兹(mHz)、分赫兹(dec-Hz)和十赫兹(deca-Hz)频率的单一双星旋进并合模板, LISA, Taiji, AMIGO, ET和CE的空间引力波探测器网络(LT-AMIGO-ET-CE)能够将参数估计精度提高两个数量级(表1)<sup>[107]</sup>. LT-AMIGO-ET-CE联合观测对引力波源的定位可以提高两三个量级, 确定大部分可探测双星黑洞引力波源的位置的精确度 $\Delta\Omega_{90\%}$ 至 $7 \times 10^{-7} - 2 \times 10^{-3} \text{ deg}^2$  ( $\Delta\Omega_{90\%}$ 中值为 $4.6 \times 10^{-5}$ ), 易于确认与引力波源相对应的电磁波源/中微子源, 便利多信使天文学观测积极地

**表 1** 多波段黑洞双星系统参数估计不确定性分布的中位数值<sup>a)</sup>[107]**Table 1** Median values of the distributions of parameter estimation uncertainties for multiband BBHs<sup>a)</sup> [107]

GW detector	$\Delta\Omega_{90\%}$ median	$\sigma_{d_L}/d_L$ median	$\sigma_{M_c}/M_c$ median	$\sigma_{\eta}$ median
LT (LISA-Taiji)	$8.2 \times 10^{-1}$	$1.1 \times 10^{-1}$	$3.4 \times 10^{-6}$	$5.5 \times 10^{-3}$
AMIGO	$1.1 \times 10^{-1}$	$7.5 \times 10^{-2}$	$4.5 \times 10^{-7}$	$4.7 \times 10^{-4}$
ET-CE	$5.7 \times 10^{-3}$	$1.8 \times 10^{-3}$	$1.6 \times 10^{-3}$	$2.0 \times 10^{-3}$
LT-AMIGO	$5.4 \times 10^{-1}$	$5.8 \times 10^{-2}$	$1.5 \times 10^{-7}$	$3.0 \times 10^{-4}$
LT-ET-CE	$1.5 \times 10^{-4}$	$1.3 \times 10^{-3}$	$4.7 \times 10^{-8}$	$1.5 \times 10^{-4}$
AMIGO-ET-CE	$4.9 \times 10^{-5}$	$1.1 \times 10^{-3}$	$2.4 \times 10^{-7}$	$7.9 \times 10^{-5}$
LT-AMIGO-ET-CE	$4.6 \times 10^{-5}$	$1.1 \times 10^{-3}$	$2.9 \times 10^{-8}$	$6.1 \times 10^{-5}$

a) 第一列表示引力波探测器的名称或它们的不同组合. 第二列显示了在100个多波段双黑洞系统实现中, 定位精度 $\Delta\Omega_{90\%}$ 分布的中位数值. 第三列、第四列和最后一列分别显示了亮度距离测量相对误差 $\sigma_{d_L}/d_L$ 分布的中位数值、啁啾质量比相对误差 $\sigma_{M_c}/M_c$ 分布的中位数值和对称质量比相对误差 $\sigma_{\eta}$ 分布的中位数值. 对于每个这些量的68%置信区间的低值和高值, 请参阅文献[107].

展开. 多信使增强观测的结果将加强对各种引力波源模型的区分能力, 促进对恒星形成、黑洞和星系共同演化的了解. LISA-Taiji-AMIGO-ET-CE多波段双黑洞系统大比例的可以定位在 $10^{-3} \text{ deg}^2$ 的天空范围, 其亮度距离测量相对误差为 $\sigma_{d_L}/d_L \leq 0.001$ , 其中宿主星系大概率可以通过引力波观测直接确定. 连同红移的测量对宇宙模型参数和哈勃常数的测定精度可以达到甚至超越千分之一, 将大步推动对宇宙和暗能量的了解.

在这个仿真研究中<sup>[107]</sup>, 为了研究从旋进阶段演化到最终并合阶段的双黑洞系统引力波多频带观测的前景, 使用了不同的形成途径及LVK O3的观测约束<sup>[108]</sup>之四种不同的模型: 前三种模型的本地并合速率密度 $R(0)$ 归一化到LVK在前三次观测运行之后提供的最新约束值<sup>[108]</sup>. 根据每个模型中并合速率密度的红移演化、双黑洞系统的主要质量分布和质量比分布, 通过蒙特卡罗方法生成模拟黑洞二元系统. 考虑LVK对本地合并速率密度约束的不确定性, 为每个模型生成实现100个模拟样本, 其中包括三个不同的 $R(0)$ 值, 即19.1, 10.6和27.5  $\text{Gpc}^{-3} \text{ yr}^{-1}$ , 表示受约束的本地合并速率密度的中位数以及90%可信区间. 四个模型分别是: (i) EMBS模型, 假设所有的双黑洞系统都源于星系内大质量双星的演化(以下简称为EMBS (Evolution of Massive Binary Stars in galactic field)通道)<sup>[109]</sup>. (ii) 动力学模型, 假设所有的双黑洞系统都是通过致密星团等动力学相互作用环境中形成的(以下简称为动力学通道, 采用文献[110]中的A023 GC通道模型). (iii) 混合模型: 考虑到既有EMBS形成通道又有动力学形

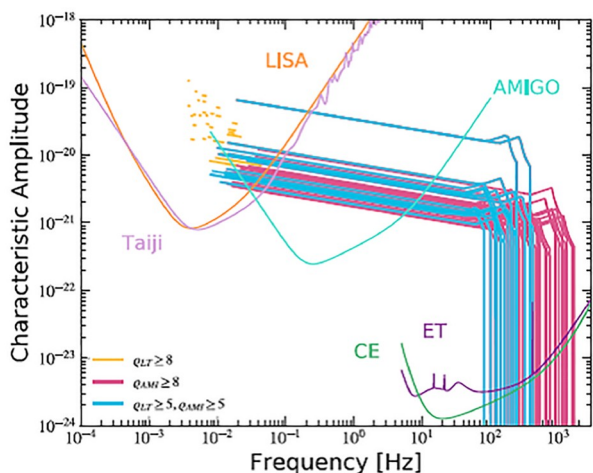
成通道, 其中假设75%的双黑洞系统来自于EMBS通道, 而其余25%来自动力学通道. (iv) GWTC-3模型: 根据LVK协作的最新结果<sup>[108]</sup>进行观测约束的模型. 红移依赖的并合速率密度与 $(1+z)^\kappa$ 的比例成正比, 其中在低红移范围(即 $z \leq 1$ )时,  $\kappa = 2.7^{+1.8}_{-1.9}$ .

图10绘出模拟的双黑洞系统(mock BBHs)的特征振幅在各任务灵敏度频谱图上的演化轨迹.

在这个仿真中, 假设LISA、太极和AMIGO同时开始观测, 并且都有为期4年的连续观测周期, 这可能与未来实际情况不同. 如果AMIGO在LISA/太极观测结束后开始观测, 那么在LISA/太极观测周期内合并的一些双黑洞系统, 在AMIGO开始观测之前将无法被观测到. 然而, 在低频带探测到的一些合并时间尺度大于4年的双黑洞系统可能最终演变到中频带, 并且最终会被AMIGO观测到. 对不同频率带上由不同引力波探测器观测到的可探测双黑洞系统的仿真研究, 可以作为对多频带引力波观测展望的演示和规划.

### 1.10 微赫兹引力波探测规划、美Astro2020 APC白皮书和欧空局后LISA空间引力波探测初步征求白皮书

去年脉冲星阵列探测到背景引力波, 频率在纳赫兹波段, LISA和Taiji要探测的引力波在毫赫兹低频波段(0.1–100 mHz). 在这两个波段之间的是低频微赫兹波段(0.1–100  $\mu\text{Hz}$ )引力波. 对于低频微赫兹引力波探测, 有1.5节所述的天文动力学空间激光干涉引力波探测概念<sup>[76–82]</sup>. 其主要目标是探测 $10^5$ – $10^{10} M_\odot$ 的双黑洞



**图 10** (网络版彩图)模拟的双黑洞系统(mock BBHs)的特征振幅演化轨迹, 这些系统可以被LISA-Taiji-AMIGO探测到(即 $\rho_{\text{LISA-Taiji}} \geq 5$ 和 $\rho_{\text{AMIGO}} \geq 5$ , 蓝线), 被LISA-Taiji探测到(即 $\rho_{\text{LISA-Taiji}} \geq 8$ , 黄线), 以及被AMIGO探测到(即 $\rho_{\text{AMIGO}} \geq 8$ , 品红线). 这里绘制的所有双黑洞系统都假设连续观测4年. 橙色、粉色、天蓝色、绿色和紫色曲线分别表示LISA、太极、AMIGO、CE和ET的灵敏度曲线<sup>[107]</sup>

**Figure 10** (Color online) Evolution tracks of characteristic amplitudes for the mock BBHs which are detectable by LISA-Taiji-AMIGO (i.e.  $\rho_{\text{LISA-Taiji}} \geq 5$  and  $\rho_{\text{AMIGO}} \geq 5$ , blue lines), by LISA-Taiji (i.e.  $\rho_{\text{LISA-Taiji}} \geq 8$ , yellow lines), and by AMIGO (i.e.  $\rho_{\text{AMIGO}} \geq 8$ , magenta lines), respectively. All the BBHs plotted here are assumed to be observed for a continuous period of 4 yr. Orange, pink, sky blue, green, and purple curves represent the sensitivity curves for LISA, Taiji, AMIGO, CE, and ET, respectively <sup>[107]</sup>.

旋进和并合所产生的引力波, 研究黑洞和星系的相互演化; 以双黑洞引力波源观测尺标定距准确地测定宇宙天体的距离和宇宙膨胀等.

空间低频微赫兹波段(0.1–100  $\mu\text{Hz}$ )激光干涉引力波探测器所需的实验技术开发水平已与LISA和Taiji一样成熟: 其应变灵敏度均受到惯性传感器/加速度计噪声的限制. 在1 mHz以下, 与LISA/Taiji等Gm级臂长探测器相比, 天文单位AU级臂长引力波探测器由于其臂长增加了两个数量级而更为灵敏两个数量级. 在0.1 mHz以上仍存在混淆背景的制约, 在0.1–0.01 mHz, 受其部分制约, 0.01 mHz以下AU级引力波探测器不受其制约<sup>[111]</sup>. 天文单位AU级臂长引力波探测器的空间立体角定位, 比Gm级臂长探测器对源的定位平均提高了臂长比的平方倍( $(S/N)^2$ 倍), 即四个量级. 在这样精确定位的天区中平均存在不到一个星系, 通过多信使观测能够明确确定引力波源的宿主星系将成为常规, 红移测量将成为常规可观测测量. 宇宙动力学可以通过

观测来建立. 这将为“暗能量”和“暗物质”及其演化, 提供检测依据.

欧空局与美国航天局合作的LISA Pathfinder (LISA探路者)在2015年12月成功发射, 并在2016年, 达成其技术目标. 2017年6月欧空局正式确定LISA为其L3大型空间任务<sup>[50]</sup>, 并获美国航天局参与之后, 美国征求Astro2020 APC白皮书, 而欧空局征求后LISA空间引力波探测白皮书.

2019年, Baker等人<sup>[112]</sup>在白皮书中建议两种可能的空间引力波方案, 一种是其对引力波最灵敏频段(1 mHz–1 Hz)的灵敏度比LISA相同频段的灵敏度高一个量级, 一种是其对引力波最灵敏的频段在 $\mu\text{Hz}$  (0.1–100  $\mu\text{Hz}$ ); 前者以ALIA为例<sup>[113]</sup>, 后者以Folkner低频空间任务概念为例<sup>[114]</sup>, 并建议以类gLISA<sup>[115–118]</sup>方案为第三种可能. 这两种空间引力波方案相当于在中国提出的AMIGO和ASTROD-GW空间引力波空间探测计划.

欧空局征求2035–2050年空间任务, 关于引力波天文学和引力波探测方面提出了4个白皮书<sup>[119–122]</sup>, 这4个白皮书主要讨论和提出科学目标, 并简单提出相应的可能空间任务概念. 第1个白皮书是关于中频引力波观测的<sup>[119]</sup>; 第2个白皮书是关于毫赫兹低频引力波观测的<sup>[120]</sup>; 第3个白皮书是关于微赫兹低频引力波观测的<sup>[121]</sup>; 第4个白皮书是关于高分辨角引力波天文学的<sup>[122]</sup>, 微赫兹低频引力波观测和高信噪比观测均可给出高分辨角. 这4个白皮书提出的引力波探测方案有3种: (i) DOs (Decihertz Observatories)<sup>[119]</sup>, 相当于我们的AMIGO; (ii) ESA AMIGO<sup>[120]</sup>, 相当于我们在太阳轨道Taiji之后更灵敏的空间任务; (iii)  $\mu\text{Ares}$ <sup>[121]</sup>, 以火星轨道上的三个航天器为依托. 近期, ESA开展了以地球轨道上的三个航天器为依托的任务概念LISAmox研究<sup>[123]</sup>, 相当于我们的ASTROD-GW.

此外, 还有一个相关的白皮书<sup>[124]</sup>是关于探测太阳系附近暗物质的, 使用空间激光引力波探测技术, 也在欧空局考虑的范围之内.

在1.9节展示了以LISA-Taiji-AMIGO-ET-CE为例做多波段引力波观测, 以低频、中频和低频引力波探测器进行多频带仿真, 观测一群类地基引力波(GW)观测台发现的恒星级质量双黑洞旋进及并合, 说明这种观测的重要性和有效性. 这种观测(仿真)可以应用在任何其他的中频引力波组合上, 如LISA-Taiji-DO-ET-

CE和LISA-Taiji-B-DECIGO-ET-CE等.

表2列出已立项、已发射技术探路卫星和正在从事研究的激光干涉引力波探测空间计划的轨道配置、臂长、轨道周期、航天器规划数目、加速度噪声要求、激光测距噪声要求和引力波灵敏的频段.

### 1.11 多普勒跟踪、光钟引力波探测、原子干涉引力波探测和脉冲星阵列探测

以上所讨论的均为激光干涉引力波探测, 使用基于多普勒跟踪组合的双路径广义迈克尔逊干涉. 多普

勒跟踪测引力波的原理如图11<sup>[125]</sup>所示. 地基跟踪站发射的单频电磁波, 在航天器上多普勒跟踪接收后转发信号至地基站跟踪接收记录时间. 频率差的积分, 即为相位差, 对应到时差. 若有引力波经过, 接收到电磁波的时间会改变, 由此改变可以探测到引力波. 症结在记录时间的时钟能否侦测到引力波所引起的时差.

若航天器时钟/频率源的稳定性不足, 则必须使用回程定时, 是为双程测距. 若地面使用氢镭射钟, 则精度可到 $10^{-15}$ - $10^{-16}$ , 这就对应到现今微波多普勒跟踪探测引力波的精度, 详见第3节. 迄今主要的替代方案是

表 2 当前激光干涉探测引力波空间任务项目和计划的汇编

Table 2 A compilation of laser-interferometric GW Mission Proposals

Mission concept	S/C configuration	Arm length (Gm)	Orbit period	S/C #	Acceleration noise (fm/(s <sup>2</sup> Hz <sup>1/2</sup> ))	Laser metrology noise (pm/Hz <sup>1/2</sup> )	Sensitive frequency band
<i>Solar-Orbit GW Mission Proposals</i>							
LISA <sup>[45,50,51]</sup>	Earth-like solar orbits with 20° lag	2.5	1 year	3	3	10 (15) <sup>[51]</sup>	100 μHz–1 Hz
Taiji (ALIA-descope) <sup>[98]</sup>	Earth-like solar orbits with 20° advance	3	1 year	3	3	8	100 μHz–1 Hz
ALIA <sup>[113]</sup>	Earth-like solar orbits	0.5	1 year	3	0.3	0.06	1 mHz–10 Hz
ASTROD-GW <sup>[81]</sup>	Near Sun-Earth L3, L4, L5 points	260	1 year	3	3	1000	100 nHz–10 mHz
aASTROD-GW <sup>[81,111]</sup>	Near Sun-Earth L3, L4, L5 points	260	1 year	3	0.3	100	100 nHz–10 mHz
Folkner's mission <sup>[114]</sup>	Earth-like solar orbits	260	1 year	3	3	1000	100 nHz–10 mHz
LISAmx <sup>[123]</sup>	Earth-like solar orbits	260	1 year	3	3	100	100 nHz–10 mHz
μAries <sup>[121]</sup>	Mars-like solar orbits	395	1.88 year	3+3	1	50	100 nHz–10 mHz
Big Bang Observer <sup>[87]</sup>	Earth-like solar orbits	0.05	1 year	12	0.03	$1.4 \times 10^{-5}$	10 mHz–10 Hz
DECIGO <sup>[84]</sup>	Earth-like solar orbits	0.001	1 year	12	0.0004	$2 \times 10^{-6}$	10 mHz–10 Hz
B-DECIGO <sup>[84]</sup>	Earth-like solar orbits	0.0001	1 year	3	0.01	$2 \times 10^{-4}$	10 mHz–10 Hz
AMIGO <sup>[104,106]</sup>	Earth-like solar orbits	0.01	1 year	3	3	0.0038	10 mHz–10 Hz
b-AMIGO <sup>[104,106]</sup>	Earth-like solar orbits	0.01	1 year	3	3	0.012	10 mHz–10 Hz
e-AMIGO <sup>[104,106]</sup>	Earth-like solar orbits	0.01	1 year	3	3	0.0005	10 mHz–10 Hz
DO <sup>[119]</sup>	Earth-like solar orbits	0.01	1 year	3	3	0.0005	10 mHz–10 Hz
Super-ASTROD <sup>[83]</sup>	Near Sun-Jupiter L3, L4, L5 points (3 S/C), near Sun-Earth L1 point (1 S/C), and (optional) Jupiter-like solar orbit with inclination (1 S/C),	1300	11 year	4 or 5	3	5000	100 nHz–1 mHz
<i>Earth-Orbit GW Mission Proposals</i>							
TianQin <sup>[99]</sup>	0.057 Gm height orbit	0.17	44 h	3 (+3)	1	1	1 mHz–10 Hz
B-DECIGO <sup>[87]</sup>	Earth orbit	0.0001	tbd	3	0.01	$2 \times 10^{-4}$	10 mHz–10 Hz
gLISA <sup>[115–118]</sup> (GADFLI <sup>[118]</sup> /GEOGRAWI <sup>[116]</sup> ) <sup>a)</sup>	Geostationary orbit	0.073	24 h	3	3	0.3	1 mHz–10 Hz

a) gLISA<sup>[115]</sup>由两个独立但相似的提案—GADFLI和GEOGRAWI合并而成.

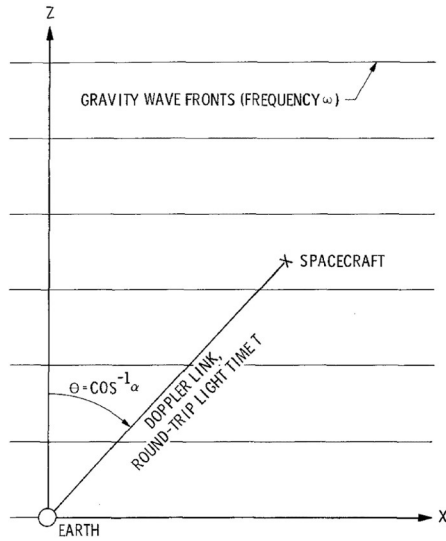


图 11 早期的跟踪几何概图. 图片来自文献[125]

Figure 11 Early diagram for tracking geometry. The figure is from ref. [125].

使用基于多普勒跟踪组合的双路径广义迈克尔逊干涉, 令双路径光程差小于频率噪声的要求, 详见第7节. 光钟的稳定性和准确度均已达 $10^{-19}$ 量级, 已成为臂长天文单位量级微赫兹引力波探测器的一种选项. 原子干涉仪的发展也促使其成为分赫兹引力波探测器的可能, 详见第5节. 毫秒脉冲星发出稳定的脉冲, 可作为时钟, 其脉冲到达接收站的时间会受到引力波经过视线的影响. 虽然脉冲星发出脉冲的初始相位为未知, 一组毫秒脉冲星可在统计上探测到引力波事件和引力波背景, 详见第4节. 从以上的讨论我们知道空间引力波探测的基本方程就是多普勒跟踪方程(见第3节).

### 1.12 应变功率谱密度幅度、特征应变、归一化引力波能量谱密度

在讨论引力波灵敏度和引力波信号强度时, 通常有三种绘制方式: 特征应变 $h_c(f)$  vs. 频率 $f$ ; 平方根功率谱密度 $[S_h(f)]^{1/2}$  vs. 频率 $f$ ; 归一化的引力波谱能量密度 $\Omega_{\text{gw}}$  vs. 频率 $f$ . 这些量的详细定义, 请见文献[126,127].

图12–14分别绘出低频段和中频段的各种引力波探测器之引力波探测应变灵敏度和引力波源应变功率谱密度幅度 $[S_h(f)]^{1/2}$ 与频率的关系图、特征应变 $h_c$ 与频率的关系图, 以及归一化引力波谱能量密度 $\Omega_{\text{gw}}$ 与频率的关系图. 特征应变 $h_c$ 、应变功率谱密度幅值 $[S_h(f)]^{1/2}$ 和归一化引力波谱能量密度 $\Omega_{\text{gw}}$ 的关系如下:

$$\begin{aligned} h_c(f) &= f^{1/2} [S_h(f)]^{1/2}; \\ \Omega_{\text{gw}}(f) &= (2\pi^2/3H_0^2) f^3 S_h(f) = (2\pi^2/3H_0^2) f^2 h_c^2(f). \end{aligned} \quad (1)$$

图12–14的详细说明和解释详见以下诸节和文献[126]. 这些图的很大一部分取自文献[126]的图2–4中相应的低频段和中频段部分. 文献[126]的图2–4取材自所引述的文献, 特别是文献[127].

本文更新与扩充了2016年时值广义相对论创世100周年所写的关于空间引力波探测之评述<sup>[128]</sup>. 这8年来的进展是广泛而坚实的.

## 2 天文动力学任务与空间引力波探测的基本原理

### 2.1 太阳系中的引力和轨道观测/实验

从历史上看, 随着精度和准确度的提高, 太阳系中的轨道和引力观测/实验一直是基本物理定律发展的重要资源. 牛顿世界体系和爱因斯坦广义相对论的发展都是如此<sup>[129–131]</sup>. 随着轨道和引力测量的显著改进, 我们正处于一个在基本定律测试和发展方面取得巨大进步的历史时代. 太阳系中的引力场由三个因素决定: 太阳系中物质的动态分布、太阳系外物质(银河系、宇宙)的动态分布以及在太阳系传播的引力波. 不同的相对论性引力理论和宇宙论对太阳系引力场做出了不同的预测. 因此, 太阳系引力场的精确测量除了能够进行引力波观测、确定太阳系中的物质分布以及确定我们银河系和宇宙的可观测(可测试)影响之外, 还可以检验这些相对论性理论和宇宙论. 为了测量太阳系引力场, 我们测量/监测不同自然和/或人造天体之间的距离. 在太阳系中, 天体或航天器的运动方程由天体动力学方程给出:

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_N + \mathbf{a}_{1\text{PN}} + \mathbf{a}_{2\text{PN}} + \mathbf{a}_{\text{Gal-Cosm}} + \mathbf{a}_{\text{GW}} + \mathbf{a}_{\text{nongrav}}, \quad (2)$$

其中,  $\mathbf{a}$ 是天体或航天器的加速度,  $\mathbf{a}_N$ 是太阳系牛顿引力引起的加速度,  $\mathbf{a}_{1\text{PN}}$ 是太阳系一阶后牛顿效应所引起的加速度,  $\mathbf{a}_{2\text{PN}}$ 是太阳系二阶后牛顿效应所引起的加速度,  $\mathbf{a}_{\text{Gal-Cosm}}$ 是由于银河和宇宙引力所引起的加速度,  $\mathbf{a}_{\text{GW}}$ 是引力波引起的加速度,  $\mathbf{a}_{\text{nongrav}}$ 是所有非引力来源的加速度<sup>[78]</sup>. 航天器之间的距离主要取决于太阳系引力(包括太阳振荡引起的引力)和传入的引力波, 也会受太阳振荡所产生的引力波和银河系运动产生的

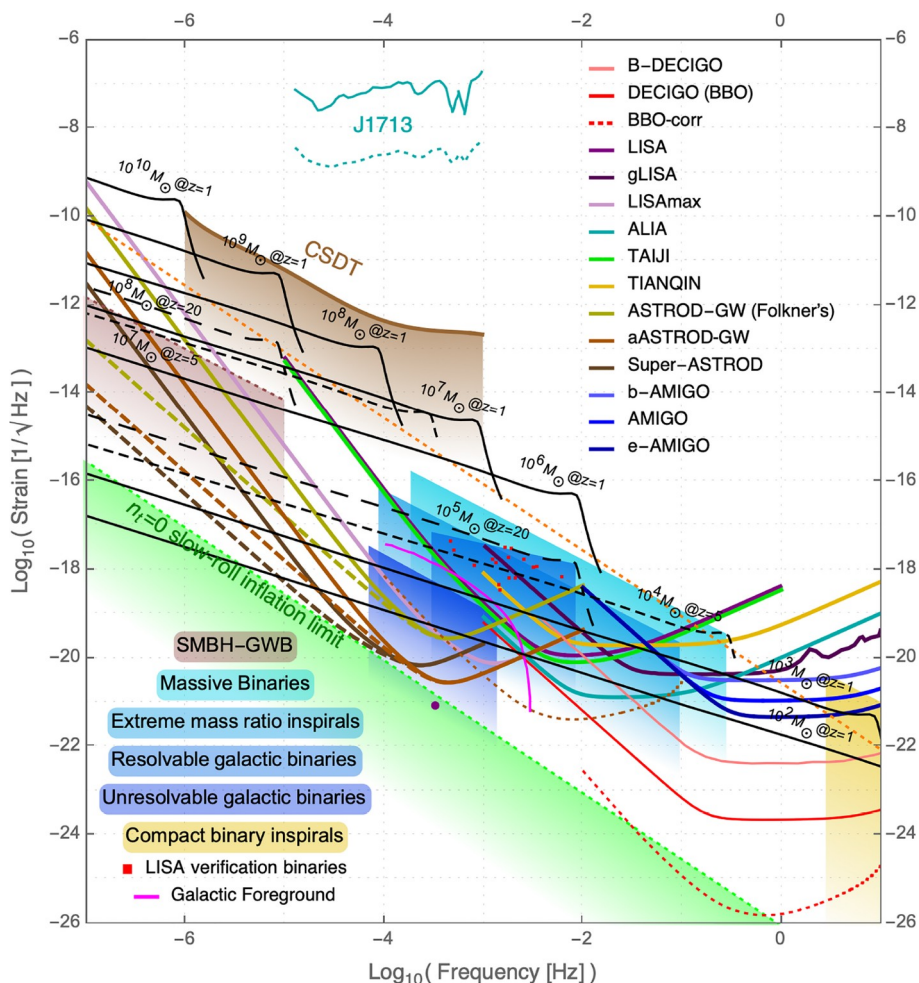


图 12 (网络版彩图)各种引力波探测器和引力波源的应变功率谱密度幅度(asd)与频率的关系。黑线显示了在不同红移的圆形轨道上各种等质量黑洞双星旋进、并合和振荡阶段发射的引力波: 实线,  $z=1$ ; 虚线,  $z=5$ ; 长虚线,  $z=20$ 。请参阅本文中更多说明。CSDT: 卡西尼号航天器多普勒跟踪; SMBH-GWB: 超大质量黑洞引力波背景

Figure 12 (Color online) Strain power spectral density amplitude (asd) vs. frequency for various GW detectors and GW sources. The black lines show the inspiral, coalescence and oscillation phases of GW emission from various equal-mass black-hole binary mergers in circular orbits at various redshift: Solid line,  $z=1$ ; dashed line,  $z=5$ ; long-dashed line,  $z=20$ . See text for more explanation. CSDT: Cassini Spacecraft Doppler Tracking; SMBH-GWB: Supermassive Black Hole-GW Background.

引力影响。而航天器之间距离的预测则有赖于正确的引力理论与宇宙论。作为时间函数的这些距离之精确测量将能够确定距离变化的原因和正确的引力理论/宇宙论。

理想情况下, 希望有一组无拖曳航天器在太阳系中航天, 并使用光学设备(或其他敏感设备)相互进行测距, 以测绘太阳系引力场, 测量相关的太阳系参数, 测试相对论性引力, 观察太阳低- $\ell$ 的g, f, p模式振荡, 以及探测引力波<sup>[78,132]</sup>。实际上, 某些轨道配置有利于测试相对论引力; 某些配置有利于测量太阳系参数; 某

些有利于探测引力波。这些轨道配置是各种目的的任务设计的重要部分<sup>[78,132]</sup>。

为了测试相对论引力, 航天器需要进入太阳引力较强的内太阳轨道, 或者发送经过太阳边缘附近的信号, 以获得更强的太阳引力影响。ASTROD I在上合太阳前后使用1 mm精度的连续激光测距测量光的 Shapiro延迟, 来改进相对论参数的实验误差, 就是这样一个任务概念<sup>[63,71-75]</sup>。

由欧空局(ESA)与日本宇宙航空研究开发机构(JAXA)合作的水星探测计划贝皮科伦坡航天器(Bepi-

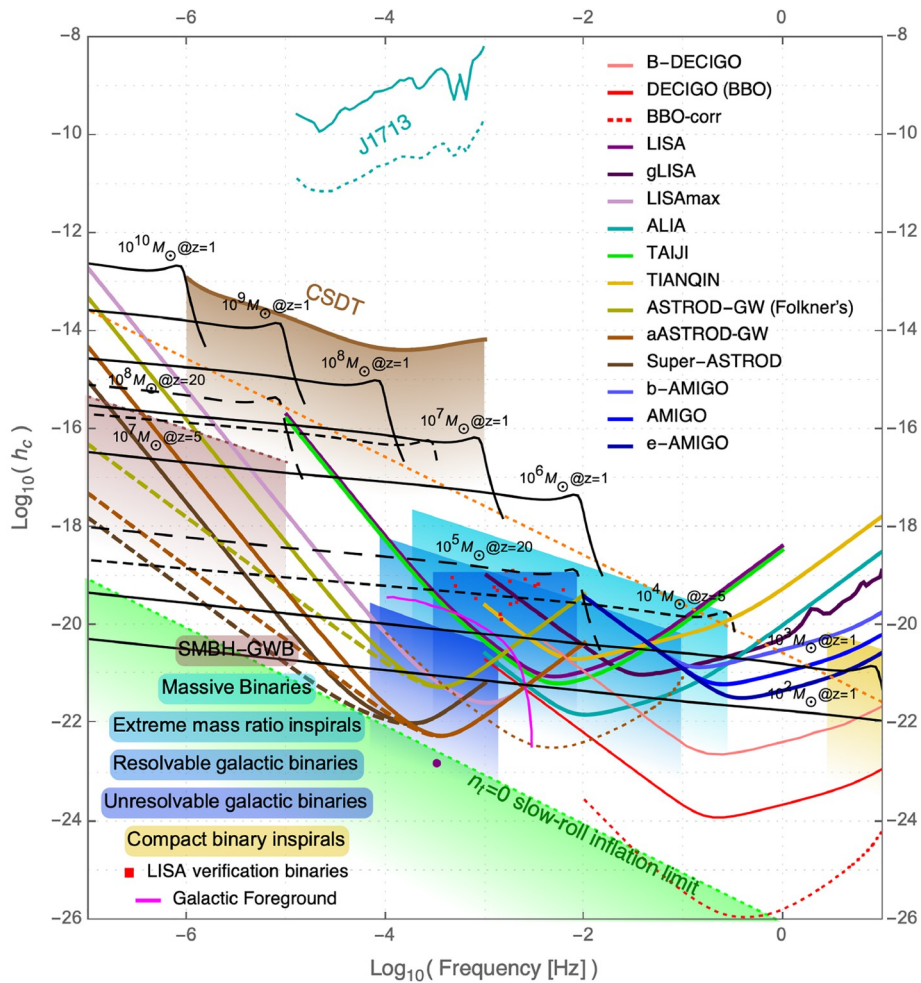


图 13 (网络版彩图) 各种引力波探测器和引力波源的特征应变  $h_c$  与频率的关系。黑线显示了在不同红移的圆形轨道上各种等质量黑洞双星旋进、并合和振荡阶段发射的引力波: 实线,  $z=1$ ; 虚线,  $z=5$ ; 长虚线,  $z=20$ 。请参阅本文中更多说明。CSDT: 卡西尼号航天器多普勒跟踪; SMBH-GWB: 超大质量黑洞引力波背景

Figure 13 (Color online) Characteristic strain  $h_c$  vs. frequency for various GW detectors and sources. The black lines show the inspiral, coalescence and oscillation phases of GW emission from various equal-mass black-hole binary mergers in circular orbits at various redshift: Solid line,  $z=1$ ; dashed line,  $z=5$ ; long-dashed line,  $z=20$ . See text for more explanation. CSDT: Cassini Spacecraft Doppler Tracking; SMBH-GWB: Supermassive Black Hole-GW Background.

Colombo)于2018年10月20日发射升空(<https://en.wikipedia.org/wiki/BepiColombo>; <http://sci.esa.int/bepicolombo/>)<sup>[133,134]</sup>, 并于2021年10月1日第一次飞越水星, 经过6次飞越后, 将于2025年12月5日抵达绕水星轨道 ([https://www.esa.int/Science\\_Exploration/Space\\_Science/BepiColombo](https://www.esa.int/Science_Exploration/Space_Science/BepiColombo))。其一无线电科学目标是测试相对论性引力。在绕水星的轨道时, 它将测定水星质心的运动, 其精度将比雷达到水星表面测距的精度高几个数量级。这是测量水星近日点前进和Shapiro时间延迟的好机会, 并将量级地改进其他后牛顿参数<sup>[135]</sup>。

为了测量或改善太阳和行星参数, 航天器需要接近被测体或是具有极高的灵敏度。典型的例子有NEAR近地小行星交会任务<sup>[136]</sup>和MESSENGER水星探测器<sup>[137]</sup>。

现今空间引力波探测主要的活动在空间激光干涉引力波探测的开发与实现。鉴于现今激光器的稳定性仅达 $10^{-16}$ , 并未达毫赫兹空间引力波探测 $10^{-21}$ 的要求, 必须使用广义的迈克尔逊干涉方法, 使两束光的光程差小于定值。

空间激光干涉引力波探测的精度在探测频率范围

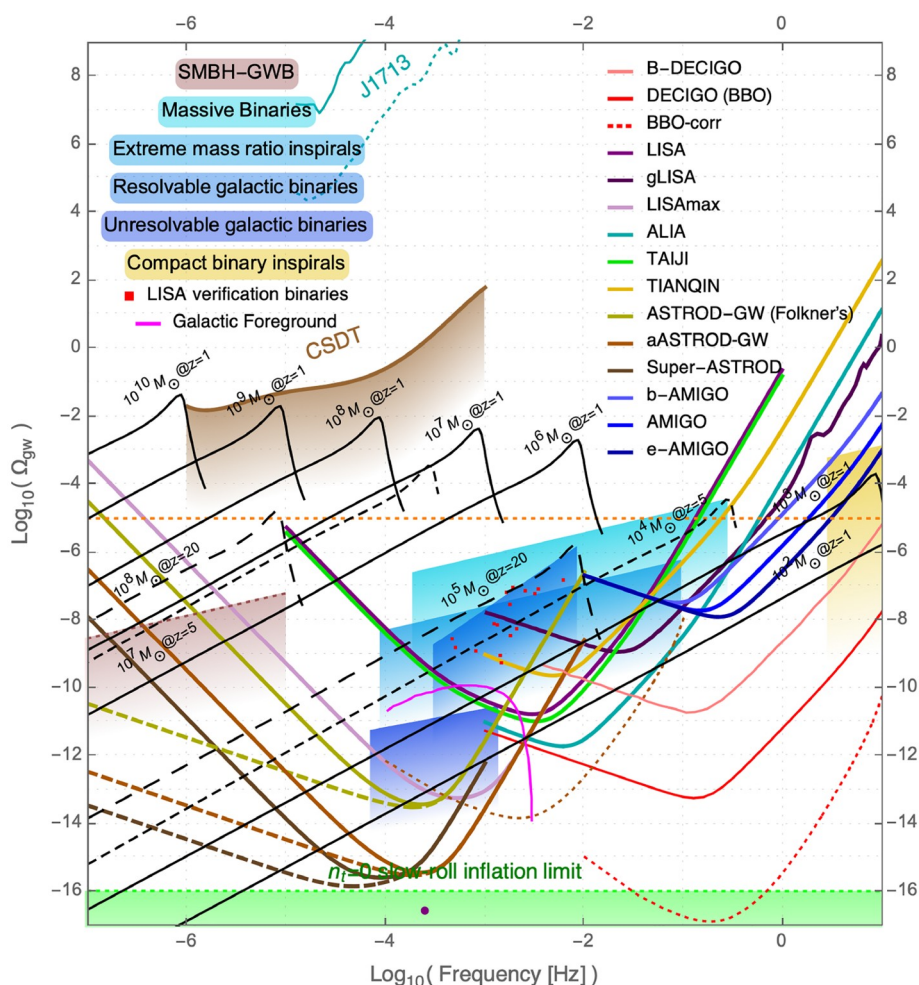


图 14 (网络版彩图)各种引力波探测器和引力波源的归一化引力波能量谱密度 $\Omega_{\text{GW}}$ 与频率的关系。黑线显示了在不同红移的圆形轨道上各种等质量黑洞双星旋进、并合和振荡阶段发射的引力波:实线,  $z=1$ ; 虚线,  $z=5$ ; 长虚线,  $z=20$ 。请参阅文本中更多说明。CSDT: 卡西尼号航天器多普勒跟踪; SMBH-GWB: 超大质量黑洞引力波背景

Figure 14 (Color online) Normalized GW energy spectral density  $\Omega_{\text{GW}}$  vs. frequency for various GW detectors and GW sources. The black lines show the inspiral, coalescence and oscillation phases of GW emission from various equal-mass black-hole binary mergers in circular orbits at various redshift: Solid line,  $z=1$ ; dashed line,  $z=5$ ; long-dashed line,  $z=20$ . See text for more explanation. CSDT: Cassini Spacecraft Doppler Tracking; SMBH-GWB: Supermassive Black Hole-GW Background.

内极为灵敏, 是测量引力磁效应极有潜力的方法。

## 2.2 引力磁效应以及太阳角动量和银河角动量的测量

电荷静止时产生电场, 运动时会产生磁场。物质静止时产生引力场, 运动时会产生引力磁场, 能拖动周围的局部参考系, 是相对论引力的一个重要方面, 也是引力磁的一种表现。在伦斯-蒂林(Lense-Thirring)发表论文之后<sup>[138]</sup>, 经过100多年的理论研究和实验努力, 重力探测器B和LAGEOS-LARES任务的天体动力学测

量精度至今已达到了地球引力磁场2%的水平<sup>[139-142]</sup>。计划/提议中的太阳系天体动力学任务将测量太阳的引力磁效应, 将其与其他目标量分开, 并将进一步提高实验测量引力磁效应的精度。一个具体的天体动力学任务系列提案是ASTROD系列——ASTROD I, ASTROD (ASTROD II), ASTROD-GW和Super-ASTROD<sup>[72-75,78,81-83]</sup>。LISA<sup>[45]</sup>和Taiji<sup>[98]</sup>是两个正在实施中的太阳系天体动力学任务, 其主要目标是探测引力波。然而, 由于它们的精密要求, 它们具有测试太阳系相对论引力和测量伦斯-蒂林效应的潜力。在此探讨这

个潜力.

在空间天文动力学任务里, 引力场中的萨尼亚克 Sagnac 效应<sup>[143,144]</sup>比 Lense-Thirring 大得多, 必须先厘清, 才能分别测得.

在旋转平台/框架中, 光在一个方向和相反方向上循环传播会花费不同的时间间隔, 这通常称为萨尼亚克效应. 对于分裂的两光束, 由 Sagnac 导出的干涉条纹的相移  $\Delta\phi$  为

$$\Delta\phi \approx (8\pi/\lambda c)\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{A}, \quad (3)$$

其中,  $\boldsymbol{\omega}$  是平台/框架的向量旋转角速度,  $\mathbf{A}$  是环路的定向面积,  $\lambda$  是光的波长. 相移与框架的向量旋转角速度和定向面积的内积成正比. 换算成两光路的时间差  $\Delta t$ , 公式(3)转换为

$$\Delta t \approx 4\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{A} / c^2. \quad (4)$$

对于移动编队, 在引力场中(或是在计算中引力场可忽略), 闭合光路和反向光路之间的光传播时间差亦可称为萨尼亚克效应.

表3第2–9行列出 LISA 和 Taiji 科学仿真任务期间航天器编队的 Sagnac- $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ; Sagnac- $\alpha 2$ ,  $2\beta$ ,  $\gamma 2$  时延干涉 (TDI) 组态(参照第 7.2 节公式(48)及说明)的数值光程差以及不同起点的  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  之平均光程差<sup>[145]</sup>. 表3第10行列出在与黄道面夹  $60^\circ$  正三角形编队下用解析方法计算出的 Sagnac 效应. 其计算如下(Ni W-T, Ciufolini I, Wang G. LISA, Taiji, Sagnac effect, Lense-Thirring effect, the solar angular momentum and the Galactic angular momentum, 论文撰写中).

在与 LISA/Taiji(激光干涉航天器)编队质心绕日转的参考系中, 如果 LISA/Taiji 编队静止不动, 从公式(4)得到 Sagnac- $\alpha$  的两条光学路径的 Sagnac 时间差为

$$\begin{aligned} \Delta t_1 &\approx 4\boldsymbol{\Omega} \cdot \mathbf{A} / c^2 = 3^{1/2}\Omega(L^2 / c^2)\cos 60^\circ \\ &= (3^{1/2}/2)\Omega(L^2 / c^2) + O(e), \end{aligned} \quad (5)$$

其中,  $e$  为航天器轨道的离心率, 参见第 10.1 节.

由于 LISA/Taiji 编队关于其中心顺时针旋转引起的额外延迟是

**表 3** LISA 和 Taiji 的第一代 Sagnac- $\alpha$ , Sagnac- $\beta$  和 Sagnac- $\gamma$  以及第二代 Sagnac- $\alpha 2$ , Sagnac- $\beta 2$  和 Sagnac- $\gamma 2$  时延干涉 (TDI) 组合路径的光程差之均方根以及其 Sagnac 部分和 Lense-Thirring 部分的汇总<sup>a)[145,153]</sup>

**Table 3** Compilation of the RMS (root mean square) path length differences together with their Sagnac part and Lense-Thirring part of first generation Sagnac- $\alpha$ , Sagnac- $\beta$  and Sagnac- $\gamma$ , and second generation Sagnac- $\alpha 2$ , Sagnac- $\beta 2$  and Sagnac- $\gamma 2$  TDI configurations for LISA and Taiji<sup>a)</sup> [145,153]

Sagnac TDI configuration	LISA TDI path difference RMS average [min, max], RMS deviation	Taiji TDI path difference RMS average [min, max], RMS deviation
Sagnac- $\alpha$	11911 [-12309, -11551], 153 ns	17151 [-17759, -16623], 234 ns
Sagnac- $\beta$	11915 [-12262, -11624], 144 ns	17156 [-17666, -16749], 216 ns
Sagnac- $\gamma$	11906 [-12199, -11593], 125 ns	17145 [-17611, -16661], 192 ns
Average	11912 ns	17151 ns
Sagnac- $\alpha 2$	1.3 [-2.7, -3.0] ps	2.2 [-4.8, -5.2] ps
Sagnac- $\beta 2$	1.2 [-3.0, -2.6] ps	2.1 [-5.2, -4.4] ps
Sagnac- $\gamma 2$	1.2 [-2.9, -2.7] ps	2.1 [-5.0, -4.9] ps
Average	1.23 ps	2.13 ps
Sagnac part (equalateral model with 60° inclination)	11989 ns	17265 ns
Lense-Thirring effect due to the Sun	3.52 $\chi\cos\lambda'$ as (1.05 $\chi\cos\lambda'$ nm)	5.04 $\chi\cos\lambda'$ as (1.52 $\chi\cos\lambda'$ nm)
Lense-Thirring effect due to the Galaxy	0.075 $\chi'\cos\lambda''$ as (0.022 $\chi'\cos\lambda''$ nm)	0.107 $\chi'\cos\lambda''$ as (0.032 $\chi'\cos\lambda''$ nm)
Laser metrology noise of the detector @ 1 mHz	~41 pm Hz <sup>-1/2</sup>	~33 pm Hz <sup>-1/2</sup>
Laser metrology noise of the detector @100 $\mu$ Hz	~4000 pm Hz <sup>-1/2</sup>	~3200 pm Hz <sup>-1/2</sup>
Inertial sensor/accelerometer noise @ 1 mHz	3 fm s <sup>-2</sup> Hz <sup>-1/2</sup>	3 fm s <sup>-2</sup> Hz <sup>-1/2</sup>
Inertial sensor/accelerometer noise @ 100 $\mu$ Hz	13 fm s <sup>-2</sup> Hz <sup>-1/2</sup>	13 fm s <sup>-2</sup> Hz <sup>-1/2</sup>

a)  $\chi$  是由 Lense-Thirring 测量确定的值为  $\approx 1$  的参数.  $\lambda'$  是轨道平面法线与太阳角动量方向之间的夹角.  $\chi'$  是通过 Lense-Thirring 测量确定的参数, 其值  $\sim$  或  $\geq 1$ .  $\lambda''$  是轨道平面法线与银河角动量方向之间的角度.

$$\begin{aligned}\Delta t_2 &\approx 4\boldsymbol{\Omega} \cdot \mathbf{A} / c^2 = -3^{1/2}\Omega(L^2/c^2)\cos 0^\circ \\ &= -3^{1/2}\Omega(L^2/c^2) + O(e).\end{aligned}\quad (6)$$

因此, Sagnac 时差为

$$\Delta t_{\text{Sagnac}} = \Delta t_1 + \Delta t_2 = -(3^{1/2}/2c^2)\Omega(L^2/c^2) + O(e).\quad (7)$$

对于 LISA,  $L_{\text{LISA}}=2.5$  Gm,  $\Omega=1.9909865788600 \times 10^{-7}$  Hz, 得

$$\begin{aligned}\Delta t_{\text{Sagnac-LISA}} &= -(3^{1/2}/2c^2)\Omega(L_{\text{LISA}}^2/c^2) + O(e) \\ &= -1.199054 \times 10^{-5} \text{ s} \times [1 + O(e)].\end{aligned}\quad (8)$$

对于 Taiji,  $L_{\text{Taiji}}=3$  Gm,  $\Omega=1.9909865788600 \times 10^{-7}$  Hz, 得

$$\begin{aligned}\Delta t_{\text{Sagnac-Taiji}} &= -(3^{1/2}/2c^2)\Omega(L_{\text{Taiji}}^2/c^2) + O(e) \\ &= -1.726638 \times 10^{-5} \text{ s} \times [1 + O(e)].\end{aligned}\quad (9)$$

下一阶近似则需要考虑离心率  $e$  的线性修正项. 如图 9 右所示, 若编队平面选择和黄道面呈  $-60^\circ$  角, 则  $\Delta t_2$  的符号改变, Sagnac 时差变为公式 (8), (9) 的  $-3$  倍.

在旋转体的引力场中的局部惯性系被旋转体拖动而旋转. 如果旋转体的旋转速度为  $\Omega$  量级, 则局部惯性系被拖动以  $(U/c^2)$   $\Omega$  量级的速度旋转, 其中  $U$  是旋转体在该处的牛顿势. 这种效应是一种引力磁效应, 通常称为框架拖拽 (frame-dragging) 或前述的伦斯-蒂林 (Lense-Thirring) 效应.

伦斯-蒂林效应在天体物理学和天文框架的超精确定标中非常重要. 前述重力探测器-B (Gravity Probe B) 和 Lageos-Lares 激光测距实验已经测量地球引起的 Lense-Thirring 效应至 2%. 多位研究者提出了由太阳引起的 Lense-Thirring 效应测量方法 (如文献 [146]), 并提出了测量银河系伦斯-蒂林效应的可能性 (如文献 [147]).

在拟闵可夫斯基坐标系中, 对于弱场情况, 作为第一近似, 我们将度规  $g_{\alpha\beta}$  表示为

$$\begin{aligned}g_{\alpha\beta} &= \eta_{\alpha\beta} + h_{\alpha\beta}, \quad |h_{\alpha\beta}| \ll 1, \\ \eta_{\alpha\beta} &= \text{diag}(1, -1, -1, -1),\end{aligned}\quad (10)$$

$$h_{00} = -2U/c^2 \approx -2(GM_\odot/c^2),\quad (11)$$

$$h_{0i} = -2(G/c^3)(\mathbf{J} \times \mathbf{x})_i / r^3.\quad (12)$$

由于在太阳系引力场中  $h_{\alpha\beta}$  是一个小量 ( $< 4 \times 10^{-6}$ ), 我们以  $h_{\alpha\beta}$  展开并线性化, 获得线性 (弱场) 近似, 推导在

物理度规 (公式 (10)–(12)) 的弱场极限下的光传播方程. 设  $\mathbf{r}=\mathbf{r}(t)=(x(t), y(t), z(t))$  为光轨迹. 光传播遵循度规  $g_{\alpha\beta}$  的零测地线, 其轨迹  $\mathbf{r}(t)$  满足

$$\begin{aligned}0 &= ds^2 = g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta \\ &= (1+h_{00})c^2 dt^2 + 2h_{0i}cdx^i dt - (\delta_{ij} - h_{ij})dx^i dx^j,\end{aligned}\quad (13)$$

在后闵可夫斯基近似下, 将  $dx^i/dt$  表示为

$$\begin{aligned}dx^i/dt &= (dx^i/dt)^{(0)i} + O(h) \\ &= cn^{(0)i} + cn^{(1)i} + O(h^2), \text{ with } \sum_i (n^{(0)i})^2 = 1,\end{aligned}\quad (14)$$

其中,  $cn^{(0)i}$  是常数,  $cn^{(1)i}$  是轨迹的函数, 且阶数为  $O(h)$ . 将公式 (14) 代入公式 (13) 中, 解出  $|d\mathbf{r}/dt|$ , 得  $O(h)$  阶的光传播方程:

$$\begin{aligned}|d\mathbf{r}/dt| &= c \left[ 1 + (1/2)h_{00} + h_{0i}n^{(0)i} + (1/2)h_{ij}n^{(0)i}n^{(0)j} + O(h^2) \right].\end{aligned}\quad (15)$$

因此, 两个观察者 (航天器) 之间的光行时间  $\Delta t_{\text{TT}}$  (时间延迟) 为

$$\begin{aligned}\Delta t_{\text{TT}} &= (1/c) \int |d\mathbf{r}| \left[ 1 - (1/2)h_{00} - h_{0i}n^{(0)i} \right. \\ &\quad \left. - (1/2)h_{ij}n^{(0)i}n^{(0)j} + O(h^2) \right].\end{aligned}\quad (16)$$

对于具有四极矩  $J_2$  和角动量  $\mathbf{J}(\mathbf{J}=(J_x, J_y, J_z))$  的太阳,

$$\begin{aligned}g_{00} &= 1 - 2U/c^2 + 2\beta U^2/c^4 + O(v^5/c^5), \\ g_{0i} &= -2(G/c^3)(\mathbf{J} \times \mathbf{x})_i / r^3 + O(v^5/c^5), \\ g_{ij} &= -(1+2\gamma U/c^2)\delta_{ij} + O(v^4/c^4).\end{aligned}\quad (17)$$

选择  $z$  轴沿着从  $z_1$  到  $z_2$  的初始光传播方向, 即  $n^{(0)i}=(0, 0, 1)$ , 得

$$\begin{aligned}\Delta t_{\text{TT}} &= \int dt \\ &= (1/c) \int dz \left[ 1 + \frac{1}{2}(1+\gamma)U + h_{0i}n^{(0)i} + O(h^2) \right] \\ &= \Delta t^{\text{N}} + [(1+\gamma)/2] \Delta t_{\text{S}}^{\text{GR}} + \Delta t_{\text{L-T}}^{\text{GR}} + O(h^2) \\ &= (1/c)(z_2 - z_1) + (1+\gamma) \left( GM_\odot / c^3 \right) \\ &\quad \times \ln \left\{ \left[ (z_2^2 + b^2)^{1/2} + z_2 \right] / \left[ (z_1^2 + b^2)^{1/2} + z_1 \right] \right\} \\ &\quad + (2/c^3) G_{\text{N}} J \cos \lambda' \\ &\quad \times \left\{ 2/b - 1/(z_2^2 + b^2)^{1/2} - 1/(z_1^2 + b^2)^{1/2} \right\} \\ &\quad + O(h^2), \quad (z_1 < 0, z_2 > 0),\end{aligned}\quad (18)$$

其中, 第一项是牛顿光行时间 $\Delta t^N$ (Römer<sup>[7]</sup>延迟), 第二项是相对论夏普利时间延迟 $\Delta t_s^{GR[148,149]}$ , 第三项是光行时间上的Lense-Thirring效应 $\Delta t_{TT-LT}^{GR}$ ,  $b$ 是光轨迹离太阳的最短距(碰撞参数), 而 $\lambda'$ 是轨道平面法线与太阳角动量方向之间的夹角.

公式(12)中引力磁场 $h_{0i}$ 效应, 即Lense-Thirring效应对光传播时间的影响是

$$\begin{aligned}\Delta t_{TT-LT} &= (1/c) \int d\mathbf{r} [h_{0i} n^{(0)i} + O(h^2)] \\ &= (1/c) \int d\mathbf{r} \cdot \mathbf{h} + O(h^2).\end{aligned}\quad (19)$$

这里 $\mathbf{h}=(h_{0i})$ 是一个3-矢量. 根据斯托克斯定理, 对于一个闭合路径

$$\Delta t_{TT-LT} = (1/c) \int_S \nabla \times \mathbf{h} \cdot d\mathbf{S} + O(h^2), \quad (20)$$

式中,  $\mathbf{S}$ 是由定向闭合路径围成的定向表面. 对于像LISA/Taiji这样的局部空间网络,  $\Delta t_{TT-LT}$ 的积分可以通过在探测阵列中心的 $\nabla \times \mathbf{h}$ 值和定向表面积 $\mathbf{S}$ 的内积来近似, 即

$$\Delta t_{TT-LT} = (1/c) \nabla \times \mathbf{h} \cdot \mathbf{S} = (1/c) |\nabla \times \mathbf{h}| S \cos \lambda', \quad (21)$$

其中,  $\lambda'$ 是在探测阵列中心的 $\nabla \times \mathbf{h}$ 和定向表面积 $\mathbf{S}$ 之间的夹角,  $S$ 为 $\mathbf{S}$ 之绝对值.

几种通过日震学观测得出的太阳角动量的测定值约为 $2 \times 10^{41} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$ . 本文使用参数 $\chi$ 来表示约为1的待确定值, 即 $J_{\text{sun}} = 2\chi \times 10^{41} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$ (现代的一个值是太阳自旋角动量为 $1.8838 \times 10^{41} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1[150]}$ ). Allen的*Astrophysical Quantities*, 第3版, 第161页之值为 $1.63 \times 10^{41} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$ ). 由于太阳的角动量相对于黄道平面的垂直方向偏离 $7^\circ$ , 因此对于类似LISA和Taiji的任务,  $\lambda'$ 大约在 $60^\circ \pm 7^\circ$ 之间呈一年周期的变化. 对于Taiji,  $\Delta t_{TT-LT} = 0.758 \text{ nm} = 2.52 \text{ as}$ . 对于LISA,  $\Delta t_{TT-LT} = 0.526 \text{ nm} = 1.76 \text{ as}$ . Sagnac- $\alpha 2$ , Sagnac- $\beta 2$ , Sagnac- $\gamma 2$ (正绕一圈减反绕一圈, 见第7.2节)TDI时延干涉中的Lense-Thirring效应是时间(光程)差的两倍. 因此, 对于LISA, 它是 $3.52 \text{ as}$  ( $1.05 \text{ nm}$ ), 而对于Taiji, 它是 $5.04 \text{ as}$  ( $1.52 \text{ nm}$ )(换成周期一年的应变幅度是 $(0.4-0.5) \times 10^{-18}$  @  $0.03 \mu\text{Hz}$ ). 这些数值列于表3倒数第6行.

对于银河角动量 $J_{\text{Galaxy}}^{\text{inner}}$ 的一个基准模型为

$$\begin{aligned}J_{\text{Galaxy}}^{\text{inner}} &= M_{\text{Galaxy}}^{\text{inner}} \times R_{\text{sun-to-Galaxy}} \\ &\times V_{\text{solar-system-relative-to-Galaxy}}.\end{aligned}\quad (22)$$

选择 $M_{\text{Galaxy}}^{\text{inner}}$ =mass inside Sun's orbit around Galactic Center= $2 \times 10^{11} M_\odot$  (total mass:  $\sim 10^{12} M_\odot$ ; Galactic virial mass:  $1.3 \pm 0.3 \times 10^{12} M_\odot$ );  $R_{\text{sun-to-Galaxy}} = 8.2 \text{ kpc}$  ( $8.2 \pm 0.1 \text{ kpc}$ , Bland-Hawthorn and Gerhard<sup>[151]</sup>);  $V_{\text{solar-system-relative-to-Galaxy}} = 200 \text{ km/s}$  ( $250 \text{ km/s}$ , Bland-Hawthorn and Gerhard<sup>[151]</sup>), 对于 $J_{\text{Galaxy}}$ 的保守估计是

$$\begin{aligned}J_{\text{Galaxy}} &= \chi' 2 \times 10^{11} M_\odot \times 2 \times 10^{30} \text{ kg} / M_\odot \times 8.2 \text{ kpc} \\ &\times 3.086 \times 10^{19} \text{ m/kpc} \times 200 \text{ km/s} \\ &= \chi' 2 \times 10^{67} \text{ kg m}^2 / \text{s}.\end{aligned}\quad (23)$$

由于太阳系非常接近银河赤道平面, 银河引力磁场为

$$\nabla \times \mathbf{h} \sim 2(G/c^3)(\mathbf{J}/r^3) = 0.0626 \times 10^{-28} \text{ m}^{-1} \times \chi', \quad (24)$$

因此, 在地球绕日轨道上, 银河和太阳的引力磁场之比为

$$\begin{aligned}0.0626 \times 10^{-28} \text{ m}^{-1} \cdot \chi' / (0.292 \times 10^{-27} \text{ m}^{-1} \cdot \chi) \\ = 0.0214 \chi' / \chi = (1/47)(\chi' / \chi).\end{aligned}\quad (25)$$

因为LISA与Taiji航天器编队平面法线和太阳角动量夹角 $\lambda'$ 在 $60^\circ \pm 7^\circ$ 之间呈一年周期的变化, 引力磁效应亦呈一年周期的变化, 频率为 $0.03 \mu\text{Hz}$ . LISA与Taiji在 $1 \text{ mHz}$ 的惯传噪声要求是 $3 \text{ fm s}^{-2} \text{ Hz}^{-1/2}$ , 要达到 $(0.4-0.5) \times 10^{-18}$  @  $1 \text{ mHz}$ 的精度, 需时约1年; 在 $100 \mu\text{Hz}$ 是 $10^{-15} \text{ fm s}^{-2} \text{ Hz}^{-1/2}$ , 需时约10年. 然而, 在 $0.03 \mu\text{Hz}$  LISA/Taiji没有要求, 乐观外差估计, 用LISA/Taiji的方法可达 $\sim 1 \text{ nm s}^{-2} \text{ Hz}^{-1/2}$ , 需时约 $10^{7-8}$ 年. 在2023年的第四届引力磁与大尺度转动测量工作会议(GRM 2023: IV International Workshop on Gravitomagnetism and large-scale Rotation Measurement, June 14 to 16, 2023, Pisa)上一致同意现在LISA与Taiji空间任务规划无法预期探测到太阳的引力磁效应<sup>[152,153]</sup>(准备中的论文: Ni W-T, Ciufolini I, Wang G. LISA, Taiji, Sagnac effect, Lense-Thirring effect, the solar angular momentum and the Galactic angular momentum).

由方程(18)引力磁影响光线传播时间的改变 $\Delta t_{TT-LT}$ 是

$$\begin{aligned}\Delta t_{TT-LT} &= (2/c^3) G_N J \cos \lambda' \\ &\cdot \left\{ 2/b - 1/(z_2^2 + b^2)^{1/2} - 1/(z_1^2 + b^2)^{1/2} \right\} \\ &+ O(h^2), (z_1 < 0, z_2 > 0),\end{aligned}\quad (26)$$

对于激光在ASTROD-GW两航天器之间传播,  $b=0.5$  AU,  $z_1=-0.866$  AU,  $z_2=0.866$  AU. 由此方程可计算太阳引力磁场影响的时间, 得

$$\Delta t_{\text{TT-LT}} = 0.0439 \text{ ps} = 13.17 \mu\text{m}/c. \quad (27)$$

对于Sagnac- $\alpha$ , Sagnac- $\beta$ , Sagnac- $\gamma$ ,  $\Delta t_{\text{TT-LT}}=0.0439 \text{ ps} \times 6=0.263 \text{ ps}=70.9 \mu\text{m}/c$ .

表4第3–6行列出ASTROD-GW科学任务期间航天器编队各种轨道倾斜角下的Sagnac- $\alpha$ , Sagnac- $\beta$ , Sagnac- $\gamma$ 时延干涉(TDI)组态(参照第7.2节)的光程差以及不同起点 $\alpha, \beta, \gamma$ 的平均光程差<sup>[82]</sup>. 表4第7–9行分别列出在各种轨道倾斜角下编队之Sagnac效应、轨道倾斜的贡献, 以及Lense-Thirring效应, 第10–13行列出ASTROD-GW的相关噪声. 其计算以及能否测得太阳角动量和银河角动量的分析和讨论, 请参见文献[153,154].

对于经过太阳边缘的激光/光线  $b \sim R$ , 若 $z_1=-0.866$  AU,  $z_2=0.866$  AU. 由方程(26)可计算受太阳引力磁场影响的时长, 得

$$\Delta t_{\text{TT-LT}} = 9.42 \text{ ps} = 2.825 \text{ mm}/c. \quad (28)$$

脉冲激光单向测距的精度可达1 mm或更好, 在ASTROD-GW的任务概念中若增加地面站与L3附近航天器的激光脉冲双波长双单向测距, 则可测量到太阳的引力磁效应, 并由此测得太阳的角动量. 在ASTROD-I (Mini-ASTROD)和ASTROD (ASTROD-II)空间任务概念中, 激光会经过太阳边缘附近, 均可测量到太阳的引力磁效应, 并由此测得太阳的角动量(文献[72,73]和其中的文献).

### 3 航天器多普勒跟踪与脉冲激光测距

#### 3.1 航天器电磁波多普勒跟踪与其引力波响应

空间任务中航天器的无线电多普勒跟踪可用于制约/探测低频引力波的大小. 这类引力波探测实验的测试质量是地球上的多普勒跟踪无线电天线和遥远的航天器. 多普勒跟踪测量其相对距离的变化. 通过这些测

**表 4** 相对于黄道面具有不同程度倾角(0°, 0.5°, 1°, 1.5°, 2°, 2.5°和3°)的各种不同之ASTROD-GW空间任务的第一代Sagnac- $\alpha$ , Sagnac- $\beta$ 和Sagnac- $\gamma$ 时延干涉(TDI)组合的路径光程差之均方根以及其Sagnac部分和Lense-Thirring部分的汇总<sup>a)[82,153,154]</sup>

**Table 4** Compilation of the RMS path length differences together with their Sagnac part and Lense-Thirring part of first generation Sagnac- $\alpha$ , Sagnac- $\beta$  and Sagnac- $\gamma$  TDI configurations for ASTROD-GW of various degrees of formation inclination (0°, 0.5°, 1°, 1.5°, 2°, 2.5°, and 3°) with respect to the ecliptic plane.  $\chi$  is a parameter of value  $\approx 1$  to be determined by ASTROD-GW Lense-Thirring measurement<sup>a)</sup> [82,153,154]

Sagnac TDI configuration	ASTROD-GW TDI path difference						
	0° ( $\mu\text{s}$ )	0.5° ( $\mu\text{s}$ )	1° ( $\mu\text{s}$ )	1.5° ( $\mu\text{s}$ )	2° ( $\mu\text{s}$ )	2.5° ( $\mu\text{s}$ )	3° ( $\mu\text{s}$ )
Sagnac- $\alpha$	257610	257590	257531	257432	257293	257115	256898
Sagnac- $\beta$	257608	257588	257529	257431	257294	257118	256902
Sagnac- $\gamma$	257607	257588	257530	257432	257297	257122	256909
Average	257608.3	257588.7	257530	257431.7	257294.7	257118.3	256903
Sagnac part	257608	257588	257530	257431	257294	257.118	256902
Sagnac part due to $\lambda \neq 0$	0	-19.62	-78.47	-176.56	-313.88	-490.44	-706.24
Lense-Thirring part	$0.263\chi\cos\lambda'$ ps	$0.263\chi\cos\lambda'$ ps	$0.263\chi\cos\lambda'$ ps	$0.263\chi\cos\lambda'$ ps	$0.263\chi\cos\lambda'$ ps	$0.263\chi\cos\lambda'$ ps	$0.263\chi\cos\lambda'$ ps
Laser metrology noise of the detector @ 100 $\mu\text{Hz}$	ASTROD-GW $\sim 3000 \text{ pm Hz}^{-1/2}$						
Laser metrology noise of the detector @ 0.03 $\mu\text{Hz}$	ASTROD-GW $\sim 30 \mu\text{m Hz}^{-1/2}$						
Inertial sensor/accelerometer noise @ 100 $\mu\text{Hz}$	ASTROD-GW $\sim 4.2 \text{ fm s}^{-2} \text{ Hz}^{-1/2}$						
Inertial sensor/accelerometer noise @ 0.03 $\mu\text{Hz}$	ASTROD-GW $\sim 13 \text{ pm s}^{-2} \text{ Hz}^{-1/2}$						

a)  $\chi$ 是由Lense-Thirring测量确定的值为 $\approx 1$ 的参数.  $\lambda'$ 是轨道平面法线与太阳角动量方向之间的夹角.  $\chi'$ 是通过Lense-Thirring测量确定的参数, 其值 $\sim$ 或 $\geq 1$ .  $\lambda''$ 是轨道平面法线与银河角动量方向之间的角度. 准备中的论文: Ni W-T, Ciufolini I, Wang G. LISA, Taiji, Sagnac effect, Lense-Thirring effect, the solar angular momentum and the Galactic angular momentum.

量, 可以探测/制约测试质量之间的引力波大小. 1967 年, Braginsky和Gertsenshtein<sup>[155]</sup>首次提出可利用航天器跟踪的多普勒数据进行引力波搜索. 1971年, Anderson<sup>[156]</sup>按此利用了已有数据进行了搜索. Davis<sup>[157]</sup>于 1974年推导出某些特殊情况下多普勒跟踪的引力波响应; Estabrook和Walquist<sup>[125]</sup>于1975年推导出穿过航天器视线的引力波对多普勒跟踪频率测量影响的一般公式(另见文献[158]).

在航天器的多普勒跟踪中, 以地球上高度稳定的主时钟为参考来控制单频无线电波传输到航天器(上行链路). 当航天器上的转发器接收到单频无线电波时, 它会对本地振荡器进行锁相或偏频(frequency offset)锁相, 并相干地将本地振荡器信号转发到地面站(下行链路).

单向多普勒响应 $y(t)$ 定义为

$$y(t) \equiv \delta v / v_0 \equiv (v_1(t) - v_0) / v_0, \quad (29)$$

其中,  $v_0$ 是发射信号的频率,  $v_1$ 是接收信号的频率. 在目前的实验/观测情况下, 引力波源和我们的距离甚远, 到达时可看成平面波且波幅甚小. 对于广义相对论中沿 $z$ 方向传播的小波幅平面波, 其时空度规为

$$ds^2 = dt^2 - (\delta_{ij} + h_{ij}(ct - z))dx^i dx^j, |h_{ij}| \ll 1, \quad (30)$$

其中, 拉丁字母上下标从1到3. 上下标在一项中重复为求和. Estabrook和Walquist<sup>[125,158]</sup>在广义相对论的横向无迹规范中推导出了弱场近似公式(10)中平面引力波的单向和双向多普勒响应. 在S/C2收到从S/C1上发出之信号, 其单向多普勒响应, 用Armstrong等人<sup>[159]</sup>论文中的符号写出时的公式为

$$y(t) = (1 - \mathbf{k} \cdot \mathbf{n})[\Psi(t - (1 + \mathbf{k} \cdot \mathbf{n})L) - \Psi(t)], \quad (31)$$

其中,  $\mathbf{k} = (\mathbf{k}^1) = (\mathbf{k}^1, \mathbf{k}^2, \mathbf{k}^3)$ 是引力波传播方向上的单位向量,  $\mathbf{n} = (\mathbf{n}^i) = (\mathbf{n}^1, \mathbf{n}^2, \mathbf{n}^3)$ 是沿着航天器1到航天器2链路的单位向量,  $L$ 是多普勒链路的路径长度. 函数 $\Psi(t)$ 定义为

$$\Psi(t) \equiv -n^i h_{ij}(t) n^j / \{2[1 - (\mathbf{k} \cdot \mathbf{n})^2]\}. \quad (32)$$

正如Tinto和Alves<sup>[160]</sup>所注意到并推导出的, 对于方程(10)形式的任何引力度规理论的引力波解, 多普勒响应公式(31)和(32)也是正确的.

从单向多普勒响应, 可以写出双向和多链路响应. 双向多普勒响应可推导如下. 本地振荡器分出的指向

上行链路航天器的波束, 在航天器转发的返回后和本地振荡器产生节拍, 测量其相位(和频率)作为时间的函数进行分析. 单个链路的多普勒响应由公式(31)给出. 使用公式(31)双向多普勒跟踪<sup>[125,158]</sup>的响应由下式给出:

$$y(t) = -(1 - \mathbf{k} \cdot \mathbf{n})\Psi(t) - 2(\mathbf{k} \cdot \mathbf{n})\Psi(t - (1 + \mathbf{k} \cdot \mathbf{n})L) + (1 + \mathbf{k} \cdot \mathbf{n})\Psi(t - 2L). \quad (33)$$

(33)式中的三项分别对应于在地球接收多普勒跟踪信号时、航天器转发时以及来自地球的跟踪信号发射时的引力波幅度. 微波多普勒跟踪时, 在航天器上有一超稳振荡器. 其精度不如地基的氢镁射钟, 故微波多普勒跟踪的精度取决于地基的氢镁射钟(或是其他地面使用的钟).

Viking S/C (S频段, 2.3 GHz)<sup>[161]</sup>, Voyager I S/C (S频段上行链路+相干转发的S频段和X频段(8.4 GHz)下行链路)<sup>[162]</sup>, Pioneer 10 (S频段)<sup>[163]</sup>和先锋11 (S频段)<sup>[164]</sup>的多普勒跟踪已用于引力波探测, 并对低频段的引力波背景给出了制约.

最新的测量结果来自卡西尼号航天器多普勒跟踪(CSDT). Armstrong等人<sup>[165]</sup>在2001–2002年冲日期间使用卡西尼号多链路无线电系统来改进低频引力波各向同性背景的观测制约. 卡西尼号多链路无线电系统同时接收X和Ka频段的两个上行链路信号, 并发射三个下行链路信号, 其中X频段与X频段上行链路相干, Ka频段与X频段上行链路相干, Ka频段与Ka频段上行链路相干. X频段是标准深空通信频段, 约为8.4 GHz; Ka频段是另一个深空通信频段, 约为32 GHz. Armstrong等人<sup>[165]</sup>使用具有更高频率的卡西尼多链路无线电系统和先进的对流层校准系统来消除主要噪声(等离子体和对流层闪烁)的影响, 使其低于其他噪声的水平. 所得数据用于构建1  $\mu$ Hz–1 mHz频段内各向同性背景强度的上限<sup>[165]</sup>. 图13中标记为CSDT的特征应变上限曲线是文献[165]的图4中曲线的平滑版本. 图12中应变谱密度幅度的相应CSDT曲线和图14中归一化谱能量密度的相应CSDT曲线是使用公式(1)换算的. 这些曲线上的极小点是: (i) 在0.2–0.7 mHz频率段的几个频率上 $[S_h(f)]^{1/2} < 8 \times 10^{-13}$ ; (ii) 在频率约为0.3 mHz时,  $h_c(f) < 2 \times 10^{-15}$ ; (iii) 在频率为1.2  $\mu$ Hz时,  $\Omega_{gw}(f) < 0.03$ . 如果搭载星载光学时钟, 航天器多普勒跟踪的引力波灵敏度仍可提高至少1–2个数量级<sup>[166]</sup>.

在航天器的无线电跟踪中, 跟踪的是接收信号的频率. 它的积分就是相位. 在航天器的无线电测距中, 测量的是接收信号的相位. 相位的导数就是频率. 对于相干转发, 除有一相加常数需要确定外, 累积的测量相位基本上是相对距离.

### 3.2 脉冲激光测距

测量光程和距离的另一种方法是使用脉冲计时. 这就是卫星激光测距和月球激光测距所做的事情. 对于穿过地球大气层的测距, 找到大气延迟的最佳方法是使用两种颜色(两种波长)来测量大气延迟并将效应减去. 双色(双波长)卫星激光测距的测距精度已达到亚毫米级. 随着新一代月球激光测距的实现<sup>[167,168]</sup>, 月球距离测定的精度也达到了毫米级, 并将进入亚毫米级. Jason 2 卫星上的激光链路时间传输(T2L2)事件计时器已经实现了 3 ps (0.9 mm) 的星载计时精度<sup>[169,170]</sup>. 基于这些发展, 对于整个太阳系的单向测距系统之技术能力可达毫米级甚至亚毫米级的精度. 凭借这种精度和 20 个天文单位的扩展范围, 探测时空基本定律和测量太阳系引力场的能力将大大增强<sup>[72-75]</sup>. 对于 20 个天文单位中的 1 mm, 分数不确定度为  $3 \times 10^{-16}$ . 它需要相匹配的激光稳定性和时钟精度才能达到这种分数不确定性水平; 该精度已在实验室中实现, 并将在太空中实现. 使用星载精密时钟的 ASTROD I<sup>[71-75,128]</sup> 的目标之一是将卡西尼航天器多普勒跟踪的引力波灵敏度提高一个数量级. 事实上, 光钟的稳定性和准精确度已经达到  $10^{-19}$  级. 当空间光钟实现这一水平时, 脉冲激光测距结合无拖曳技术将成为微赫兹低频段引力波探测的重要替代方案.

航天器多普勒跟踪、航天器激光测距、空间激光干涉仪和用于引力波探测的脉冲星计时阵列(PTA)之基本原理是相似的. 在引力波探测方法的发展中, 航天器多普勒跟踪法和脉冲激光测距法发挥了重要的影响. 利用空间激光干涉仪和利用脉冲星计时阵列的方法已成为探测引力波的两种重要方法. 以下三节分别讨论脉冲星计时引力波探测, 时钟与原子干涉引力波探测, 以及空间激光干涉引力波探测核心噪声.

## 4 脉冲星阵列引力波探测

在 1967 年发现了脉冲星. 1978 年, Sazhin<sup>[171]</sup> 提出

使用脉冲星计时探测  $10^8-10^{10} M_{\odot}$  质量双超巨星、绕转周期数年产生的引力波之方法. 1979 年, Detweiler<sup>[172]</sup> 分析已发表脉冲星发射脉冲的数据给出了周期 1 年随机引力波的能量上限为宇宙临界密度. 1982 年, Backer 等人<sup>[173]</sup> 发现了稳定的毫秒脉冲星, 计时精度量级地增加了.

当引力波穿过脉冲星观测视线传播时, 脉冲到达时间会受到影响. 这种效应可用于观察引力波. 脉冲星脉冲到达射电天文台时的相位可以观测, 但其初始时间和相位不知, 必须对初始相位作统计平均. 1983 年, Hellings 和 Downs<sup>[174]</sup> 对于各向同性随机引力波背景, 导出了观测夹角为  $\theta$  的两脉冲星计时残差的相关性  $c_{HD}$  只因  $\theta$  而异, 不因两脉冲星在天球上个别的位置而异, 其公式为

$$c_{HD} = 1/2 + (3/4)(1 - \cos\theta)[\ln(1 - \cos\theta) - 1/6]. \quad (34)$$

此公式称为 Hellings-Downs 公式, 所绘出的曲线称为 Hellings-Downs 曲线, 如图 15 黑色虚线所示. 因为假设背景是等向性的, 所以相关性只应和夹角有关, 不应和个别脉冲星的位置有关. 因为在广义相对论中引

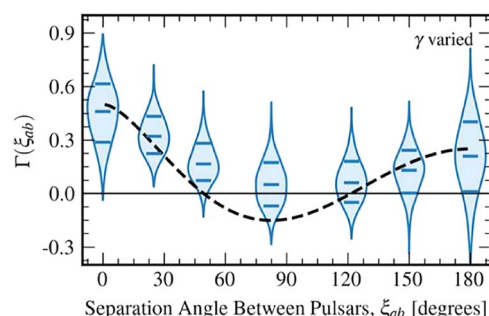


图 15 (网络版彩图) 基于变指数幂律模型的两脉冲星角相关性的贝叶斯重构, 以三次样条作为模型. 小提琴图绘制了在节点处的相关性的边际后验密度(加上中值和 68% 可信区间的值). 节点位置是固定的, 并且根据 Hellings-Downs 曲线的特征选择: 它们包括最大和最小角分离、Hellings-Downs 曲线的两个零交叉点以及最小相关位置. 有关更多详细信息, 请参阅文献<sup>[185]</sup>第 3 节. 图片来自文献<sup>[185]</sup>

Figure 15 (Color online) Bayesian reconstruction of normalized inter-pulsar correlations, modeled as a cubic spline within a variable-exponent power-law model. The violins plot the marginal posterior densities (plus median and 68% credible values) of the correlations at the knots. The knot positions are fixed and are chosen on the basis of features of the Hellings-Downs curve (also shown as a dashed black line for reference): they include the maximum and minimum angular separations, the two zero-crossings of the Hellings-Downs curve, and the position of minimum correlation. See section 3 of ref. <sup>[185]</sup> for more details. The figure is from ref. <sup>[185]</sup>.

力波是四极性的, 所以有上式的形式. 当时用它将频率在 4–10 nHz 之间的引力波能量密度制约为小于宇宙临界密度的  $1.4 \times 10^{-4}$ . 同时制约了脉冲星作为时钟信号的精密性和稳定性.

1990 年, Foster 和 Backer<sup>[175]</sup> 提出可将稳定的毫秒脉冲星组成的阵列用于: (i) 提供一个长时间标准; (ii) 探测地球轨道的扰动; (iii) 探测宇宙背景辐射. 毫秒脉冲星阵列遂成为探测纳赫兹引力波的主要方法. 1996 和 2002 年, McHugh 等人<sup>[176]</sup> 和 Lommen<sup>[177]</sup> 分别从毫秒脉冲星定时观测得出 GW 背景上的上限在 4–40 nHz 频率范围内为  $\Omega_{\text{gw}} \leq 10^{-7}$ , 和在  $6 \times 10^{-8}$  Hz 时为  $\Omega_{\text{gw}} \leq 4 \times 10^{-9}$ . 2002 年, 中国科学院国家天文台也曾提出建造一个 50 m 射电望远镜, 由一个观测约 10 个毫秒脉冲星组成的阵列来探测极低频引力波或给出更好的制约<sup>[178]</sup>.

截至 2015 年已有 3 个主要脉冲星计时阵列 (PTA: Pulsar Timing Array) 从事长期的观测: 欧洲脉冲星计时阵列 (EPTA: European PTA, <http://www.epta.eu.org/>)、北美纳赫兹引力波天文台 (NANOGrav: The North American Nanohertz Observatory for Gravitational Waves, <http://nanograv.org/>)、帕克斯脉冲星计时阵列 (PPTA: Parks PTA, <http://www.atnf.csiro.au/research/pulsar/ppta/>)<sup>[179]</sup>. 文献<sup>[179]</sup> 中讨论了脉冲星计时阵列及其灵敏度.

表 5 列出了 EPTA, PPTA 和 NANOGrav 在 2015 年给出的各向同性随机背景的上限<sup>[180–182]</sup>. 这些制约假设引力波背景特征应变  $h_c(f)$  与频率的关系为

$$h_c(f) = A_{\text{yr}} [f / (1 \text{ yr}^{-1})]^\alpha, [\alpha = -(2/3)]. \quad (35)$$

若  $\alpha$  为不等于  $-(2/3)$  的其他值时, 对  $A_{\text{yr}}$  的制约具有相同的数量级. 这些制约已经排除了当时许多模型的预测, 排除了大多数超大质量黑洞形成模型.

在计时准确度改善之后, 现今有 6 个脉冲星计时阵列: 增加了中国脉冲星计时阵列 (CPTA: Chinese PTA)、印度脉冲星计时阵列 (InPTA: Indian PTA)<sup>[183]</sup> 和南非脉冲星计时阵列 (SAPTA: South Africa PTA)<sup>[184]</sup>. 国际脉冲星计时阵列 (IPTA: International PTA, <http://www.ipta4gw.org/>) 是地区 PTA 联盟的联盟, 旨在获得更好的引力波灵敏度. 目前, PPTA, EPTA, NANOGrav 和 InPTA 是 IPTA 正式成员, SAPTA 和 CPTA 是 IPTA 观察员. 近几年, 这 6 组脉冲星计时阵列在引力波探测的精确度方面有了很大的提升.

2015 年的解析度已近乎达到探测到引力波的水平. 先要厘清系统误差. 在太阳系星历改进后, NANOGrav, EPTA/InPTA, PPTA 和 CPTA 在 2023 年 6 月 28 日分别提交到 arXiv 四篇 (编号: 2306.16213 到 6) 发现纳赫兹背景引力波的论文<sup>[185–188]</sup>. 其观测与分析得到的纳赫兹背景引力波的幅度汇编如表 6. 表 6 的理论模型是方

表 5 2015 年 3 个脉冲星计时阵列对各向同性随机背景的制约上限<sup>[180–182]</sup>

Table 5 Upper limits on the isotropic stochastic background from 3 pulsar timing arrays [180–182]

	No. of pulsars included	No. of years observed	Observation radio band (MHz)	Constraint on $A_{\text{yr}}$ ( $f=10^{-9}$ – $10^{-7}$ Hz)
EPTA	6	18	120–3000	$A_{\text{yr}} < 3 \times 10^{-15}$
PPTA	4	11	3100	$A_{\text{yr}} < 1 \times 10^{-15}$
NANOGrav	27	9	327–2100	$A_{\text{yr}} < 1.5 \times 10^{-15}$

表 6 NANOGrav, EPTA, PPTA 和 CPTA 在 2023 年 6 月 28 日发表探测到纳赫兹背景引力波的幅度汇编<sup>[185–188]</sup>

Table 6 Compilation of the amplitude of background GW from NANOGrav, EPTA/InPTA, PPTA and CPTA observations [185–188]

	No. of pulsars included	No. of years observed	Observation radio band (MHz)	Constraint on $A_{\text{yr}} [10^{-15}]$ ( $f=10^{-9}$ – $10^{-7}$ Hz)
NANOGrav	67	15	327–2100	$A_{\text{yr}} = 2.4^{+0.7}_{-0.6}$
EPTA/ InPTA	25+InPTA10	25.4, 24.7, 10.3, 11	120–3000	$A_{\text{yr}} = 2.5 \pm 0.7$
PPTA	30	18	3100	$A_{\text{yr}} = 2.04^{+0.25}_{-0.22}$
CPTA	57	3.5	1000–1500	$\log A_{\text{yr}} = 0.3^{+0.9}_{-1.9} [A_{\text{yr}} = 2^{+8}_{-80}]$

程(34)和(35). NANOGrav角度关联观测分析结果如图15所示<sup>[185]</sup>.

如果所有贡献的超大质量双黑洞(SMBHBs)纯粹通过圆轨道能量损失进行引力辐射演化, 那么由此产生的引力波背景(GWB)谱可以很好地吻合方程(35), 即简单的 $f^{-2/3}$ 特征应变幂律描述<sup>[189]</sup>. 然而, 非此机制产生的引力波背景信号也可能存在于纳米赫兹频段中; 这些信号包括来自通胀的原初引力波<sup>[190,191]</sup>, 标量场、向量场诱导的引力波<sup>[192]</sup>, 由宇宙学相变引起的各种过程的引力波信号<sup>[193-197]</sup>(例如相变后真空泡泡碰撞、声波、湍流), 以及各种缺陷如宇宙弦<sup>[198-200]</sup>或畴壁<sup>[201,202]</sup>的塌变. 这些都需要更多更精确的观测和更仔细的分析模型来确立.

展望未来一百年PTA的灵敏度, 我们<sup>[126]</sup>采用并外推了Moore等人<sup>[203]</sup>的估计. PTA对单频引力波的灵敏度主要取决于计时精度, 包括建模后的计时残差(时间残差的均方根偏差). 带宽取决于采样频率和数据时间跨度. 对于每 $\Delta t$ 时间观测一次而观测跨度为 $T$ 的观测, 带宽 $f$ 为 $[1/T, 1/\Delta t]$ . 灵敏度 $h_c(f)$ 的频率依赖性与 $f$ 线性相关:

$$h_c(f) = B_{\text{yr}}(f/\text{yr}^{-1}), (1/T) < f < (1/\Delta t). \quad (36)$$

我们假设 $B_{\text{yr}}$ 与计时精度成正比, 与观测时间跨度成反比, 与PTA中脉冲星的数量成反比. Moore等人<sup>[203]</sup>设定了一个典范PTA(MTG典范PTA), 即设天空中随机分布了36颗脉冲星, 每两周观测一次, 在5年内以100 ns的计时精度观测; 该典范PTA的灵敏度为公式(36),  $B_{\text{yr}}=4 \times 10^{-16}$ , 大致相当于IPTA数据挑战中的OPEN 1模拟数据集([http://ipta4gw.org/?page\\_id=89](http://ipta4gw.org/?page_id=89)). 在表7中, 我们以此估计IPTA, FAST和SKA的灵敏度, 观测跨度分别为20, 50, 100年, 并列出了对IPTA, FAST和SKA的仿真基本假设.

对IPTA, FAST, SKA的粗略预估灵敏度曲线为<sup>[126]</sup>

$$h_c(f) = 1 \times 10^{-16}(f/\text{yr}^{-1}), \quad (37)$$

$$1.58 \times 10^{-9} \text{ Hz} < f < 8.27 \times 10^{-7} \text{ Hz, for IPTA-20,}$$

$$h_c(f) = 1.5 \times 10^{-17}(f/\text{yr}^{-1}), \quad (38)$$

$$6.34 \times 10^{-10} \text{ Hz} < f < 8.27 \times 10^{-7} \text{ Hz, for FAST-50,}$$

$$h_c(f) = 1.5 \times 10^{-18}(f/\text{yr}^{-1}), \quad (39)$$

$$3.17 \times 10^{-10} \text{ Hz} < f < 8.27 \times 10^{-7} \text{ Hz, for SKA-100.}$$

我们注意到绘制在文献<sup>[126]</sup>的图2-4中的相应灵敏度曲线, 单频引力波的SKA的 $\Omega_{\text{gw}}(f)$ 灵敏度在 $3.17 \times 10^{-10}$  Hz左右的频率下达到 $10^{-22}$ . 这些曲线的缩写是IPTA-20, FAST-50和SKA-100.

J1713+0747的引力波24 h全球观测给出了频率范围 $10^{-5}$ - $10^{-3}$  Hz的上限<sup>[204]</sup>; 图12-14中实线表示随机方向的上限, 虚线表示脉冲星方向的上限<sup>[126]</sup>.

## 5 光钟与原子干涉引力波探测

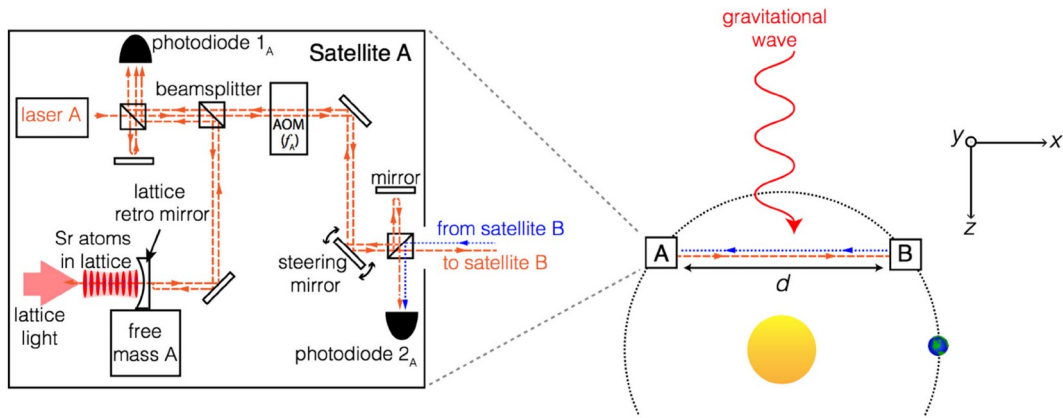
我们在第3节中讨论了航天器多普勒跟踪与脉冲激光测距, 使用微波原子钟作为时间和频率基准. 在第4节中讨论脉冲星阵列引力波探测, 使用脉冲星规则的脉冲间隔作为时间的基准. 随着光钟准确度和稳定性的提高, 光钟亦可作为两航天器上(或者地面和一航天器上)的时间和频率标准进行<sup>[126]</sup>.

除了前面提到的使用光钟取代氢镁射钟做微波多普勒跟踪探测引力波外, 至今有两个比较具体的光钟光链路多普勒跟踪探测引力波的方案. 其一如图16所示使用锶光学晶格钟<sup>[205]</sup>, 另一称为INO (Interplanetary Network of Optical lattice clocks), 亦使用光学晶格钟, 如图17所示<sup>[206]</sup>. 光学钟已经发展到前所未有的稳定性、精密度和灵敏度水平<sup>[207-209]</sup>, 不确定度已小于 $10^{-18}$ 进入 $10^{-19}$ 级<sup>[207]</sup>. 有待进一步小型化, 在臂长大于天文单位尺度已渐可和激光干涉竞争了.

表 7 IPTA, FAST和SKA对单频引力波粗略预估的灵敏度<sup>[126]</sup>

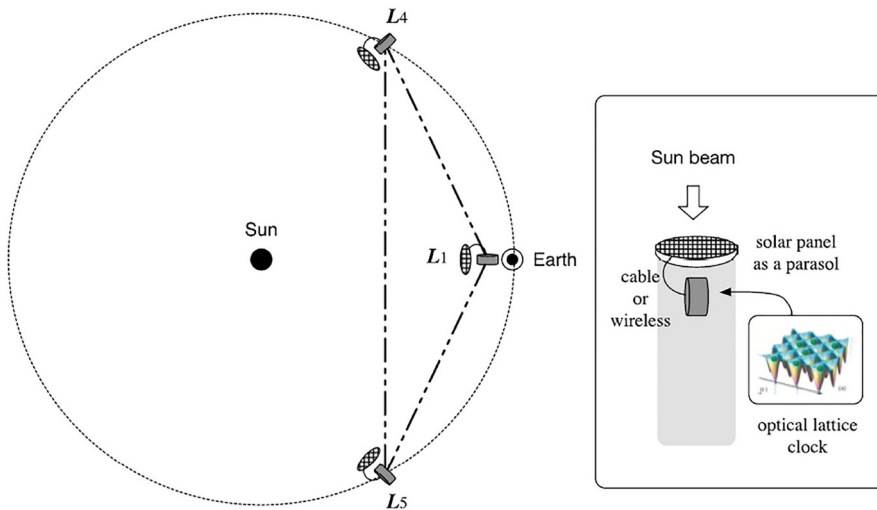
Table 7 Sensitivities of IPTA, FAST and SKA to monochromatic GWs <sup>[126]</sup>

	No. of pulsars	No. of years of observation	Timing accuracy (ns)	Sensitivity in characteristic strain $h_c(f)$ [ $=B_{\text{yr}}(f/\text{yr}^{-1})$ ] for monochromatic GWs
IPTA	36	20	100	$B_{\text{yr}}=1 \times 10^{-16}$
FAST	50	50	50	$B_{\text{yr}}=1.5 \times 10^{-17}$
SKA	100	100	20	$B_{\text{yr}}=1.5 \times 10^{-18}$



**图 16** (网络版彩图)拟议中的光钟引力波探测器. 探测器由两个相同的无拖曳航天器A和B组成, 它们沿 $x$ 轴相距 $d$ . 每个航天器包含一个自由悬浮的参考质量、一个超稳定的激光和一个锶光学晶格钟. 在自由质量上安装了一个镜子, 用于定义光的驻波, 形成光学晶格并约束锶原子. 来自卫星A的一部分激光光线(橙色, 虚线)发送到航天器B. 光首先通过一个由频率 $f_A$ 驱动的声光调制器, 该调制器抵消了到达航天器B中光电二极管 $2_B$ 的光的频率, 并通过外差检测实现了激光B与激光A的相位锁定. 通过在光电二极管 $1_{A,B}$ 上反馈在 $2f_{A,B}$ 上的拍频, 可以在每个航天器上局部校正光学元件的振动和热漂移. 激光B的光线(蓝色, 虚线)被发送回航天器A, 以验证相位锁定, 保持指向稳定性, 并实现反向模式的操作, 即激光A被锁定到激光B. 沿 $z$ 轴传播的正偏振引力波引起两个自由质量之间的相对运动, 可以使用时钟比对测量协议进行检测. 图片来自文献[205]

**Figure 16** (Color online) Proposed optical-clock gravitational wave detector. The detector consists of two identical drag-free spacecraft, A and B, separated from each other by a distance  $d$  along the  $x$  axis. Each satellite contains a free-floating reference mass, an ultrastable laser, and a strontium optical lattice clock. A mirror is mounted on the free mass and is used to define the standing wave of light forming the optical lattice and confining the Sr atoms. Some of the laser light from spacecraft A (orange, dashed line) is sent to spacecraft B. The light first passes through an acousto-optic modulator driven at frequency  $f_A$ , which offsets the frequency of the light reaching photodiode 2B in spacecraft B and enables the phase locking of laser B to laser A through heterodyne detection. Vibrations and thermal drifts of the optics on each satellite can be corrected locally by feeding back on the beat notes at  $2f_{A,B}$  on photodiodes  $1_{A,B}$ . Light from laser B (blue, dotted line) is sent back to satellite A to verify the phase lock, to maintain pointing stability, and to enable operation in the reverse mode, with laser A locked to laser B. A plus-polarized gravitational wave propagating along the  $z$  axis induces relative motion between the two free masses, which can be detected using a clock comparison measurement protocol. The figure is from ref. [205].



**图 17** (网络版彩图)航天器的规划位置: 日地拉格朗日点 $L_1$ ,  $L_4$ 和 $L_5$ 轨道.  $L_1$ 在日地联机上离地球1/100 AU,  $L_4$ 和 $L_5$ 分别与太阳和地球形成等边三角形;  $L_1$ - $L_4$  ( $L_5$ )之间的距离为1 AU, 而 $L_4$ - $L_5$ 之间的距离为 $\sqrt{3}$  AU. 航天器之间的通信使用双频无线电或光. 插图说明航天器的太阳能电池板作为遮阳伞与主体分开, 以防止太阳风引起的加速噪音. 图片来自文献[206]

**Figure 17** (Color online) A planned location of the spacecraft: Lagrangian points  $L_1$ ,  $L_4$ , and  $L_5$  of the Sun-Earth orbit. The  $L_1$  is at 1/100 AU from the Earth, while  $L_4$  and  $L_5$  form equilateral triangle with the Sun and the Earth, respectively; the distance between  $L_1$ - $L_4$  ( $L_5$ ) is 1 AU, while that of  $L_4$ - $L_5$  is  $\sqrt{3}$  AU. Two-frequency radio or light will be used for communication between spacecraft. The inset explains that the solar panel of the spacecraft is separated as a parasol from the main body, in order to prevent acceleration noise due to solar wind. The figure is from ref. [206].

自从1991年, Pritchard<sup>[210]</sup>, Bordé<sup>[211]</sup>和朱棣文<sup>[212]</sup>团队分别建造原子干涉仪成功后, 这三十年原子干涉技术的发展突飞猛进而有前景. 它已经为精密测量和基础物理作出了许多贡献. 原子干涉重力仪已能和光学干涉重力仪相匹配. 2023年8月21日–9月29日进行了第十一届绝对重力仪国际比对(ICAG 2023), 按其结果初步稿Draft A显示的详细信息和结果: 中国科学院精密测量科学与技术创新研究院精密测量物理研究部的原子干涉重力仪WAG-H5-2在此次的Table Mountain Geophysical Observatory (TMGO), Boulder, Colorado的世界重力仪比对中, 和JILA的FG5相一致, 且不确定度不相上下<sup>[213]</sup>.

2011年, 斯坦福大学提出了使用原子干涉仪检测引力波的提案, 作为LISA频带上的替代方法<sup>[214–218]</sup>. 该提案在实现类LISA灵敏度方面需要再提高精度, 并解决一些难题<sup>[216,217]</sup>. 随后, 学界从事了许多技术含量和应用潜力极高的实验室研究与开发. 2015年, 在巴黎天文台, SYRTE已经启动了其项目MIGA (Matter-wave laser Interferometric Gravitation Antenna)的第一阶段, 在Rustrel的地下实验室LSBB (Laboratoire Souterrain à Bas Bruit)建造了一个200 m长的光学腔体, 用于研究原子干涉仪<sup>[219]</sup>. 在项目的第二阶段, MIGA将专注于科学实验和数据分析, 以探测LSBB区域局部重力场的时空结构. 与此同时, MIGA也在评估原子干涉仪在中频段(0.1–10 Hz)引力波探测方面未来的潜在应用.

目前有五个大型的原型项目正在建设中, 分别是位于美国斯坦福的一个10 m喷泉项目<sup>[220]</sup>和FNAL的MAGIS-100项目<sup>[221]</sup>; 法国的MIGA项目<sup>[222]</sup>; 德国汉诺威的VLBAI项目<sup>[223]</sup>; 英国牛津的AION-10项目<sup>[224]</sup>, 在CERN进行调研, 并可能在Boulby建造100 m的设施; 中国的一个10 m喷泉项目<sup>[225]</sup>和ZAIGA项目<sup>[226]</sup>. 这些项目将展示长臂原子干涉探测的可行性, 为下一步的地面公里级实验铺平道路. 已经有关于建造多个公里级探测器项目的讨论, 包括欧洲的ELGAR项目<sup>[227]</sup>、美国Sanford地下研究设施(SURF)的MAGIS-km项目<sup>[221]</sup>、英国STFC Boulby设施的AION-km项目<sup>[224]</sup>, 以及中国先进的ZAIGA项目<sup>[226]</sup>. 目标是到2035年左右, 至少有一个公里级探测器开始运行. 这些公里级实验不仅能够系统地探索中频段引力波, 和探测可能的超轻暗物质, 还将演示空间原子干涉探测任务(如AEDGE)所需的关键技术.

原子干涉仪探测引力波的终极目标是如AEDGE<sup>[228]</sup>的空间引力波探测, 如图18所示. 其原理是用原子干涉作为探测频标.

有别于光子, 原子的种类众多, 原子干涉作为探测超轻/零质量物理基本场及暗物质的方法之最大优点是其广泛可探测性: 探测具有各种相互作用的潜在物理基本场及暗物质. 例如标量场<sup>[229–231]</sup>、赝标量场<sup>[232,233]</sup>(轴子<sup>[234–236]</sup>等)、向量场<sup>[237]</sup>或暗光子<sup>[238,239]</sup>.

关于中频引力波探测, 空间方案除先前各节讨论过的和AEDGE外, 有AIGSO<sup>[240]</sup>, 采用10公里臂长原子链路原子干涉仪, 技术开发较困难; 各种使用光钟的方案, 应可先研发原型. 原子干涉可应用作为重力梯度仪, 是与引力波信号分离的一种选项.

## 6 空间激光干涉引力波探测器光学测长噪声、惯传/加速度计噪声(核心噪声)以及频率噪声效应

空间激光干涉引力波探测器的两个核心噪声: 光学测长(距)噪声、惯传/加速度计噪声. 至于激光器频率噪声, 其在广义迈克尔逊两个路径结合时的信号上之效应, 随两路径光程差而定.

在空间, 由于涉及到较大的距离, 在邻近接收端的航天器, 必须对本地激光振荡器进行相位锁定, 以锁定弱入射光束后的激光传播(形同放大)到另一个航天器

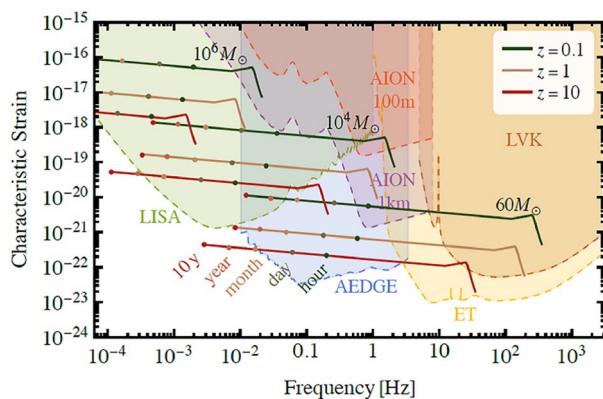


图 18 (网络版彩图)引力波应变灵敏度以及不同质量和不同红移的黑洞双星基准信号. 彩色点表示合生之前可以测量到互绕的时间点. 图片来自文献<sup>[228]</sup>

Figure 18 (Color online) The GW strain sensitivities and benchmark signals from BH binaries of different masses at different redshifts. The coloured dots indicate the times before mergers at which inspirals could be measured. The figure is from ref. <sup>[228]</sup>.

或返回; 干涉测量两条路径的最终相位差. 在最终接收端卫星的干涉相位噪声 $\delta\phi_{\text{interference}}$ 是

$$\begin{aligned} \delta\phi_{\text{interference}} &= 2\pi \cdot \delta\nu(f) \cdot \Delta L / c + \text{相位锁定噪声} + \text{定时噪声} \\ &+ \text{信号和沿两条路径累积的其他噪声}, \end{aligned} \quad (40)$$

其中,  $\delta\nu(f)$ 是频率为 $f$ 的激光源的频率噪声,  $\Delta L$ 是选定的两条路径的光程差,  $c$ 是光速. 因此, 为了减小干涉相位噪声 $\delta\phi_{\text{interference}}$ , 我们必须减小激光源的频率噪声或减小两条路径的光程差, 或两者兼而有之.

经过漫长的传播距离后, 望远镜在另一个航天器接收的光线会受到很大的衰减, 需要放大才能传输到下一颗航天器. 放大的方式是使本地激光以同相位或已知的偏频相位, 与传入的弱激光锁定. 因此, 相位信息在同相位或具有已知频率偏移的情况下连续进行传播. 由相位计测得的相位记录带有时间标签, 用于在数据分析中进行后续的传播识别(常用伪随机码). 在记录后进行带有时间标记的跟踪分析, 最终取得接收端卫星的干涉信号的方法, 称为时延干涉法(TDI). 为了满足干涉相位噪声 $\delta\phi_{\text{interference}}$ 的要求, 各个引力波空间任务选用的TDI组态必须满足由方程(40)定出的光程差条件. 如图19, 简单的TDIs有第一代迈克尔逊TDI, 通常称为X, Y和Z TDI; 第二代迈克尔逊TDI, 称为X1, Y1和Z1 TDI; 原始(零代)迈克尔逊组合, 称为X0, Y0和Z0 TDI. 关于TDI各种组合的讨论, 见7.2节. 相位锁定和时间标记都会引入噪声. 其他噪声包括TTL(倾斜转长度)噪声等. 如无轨道推进修正, 随着太阳系的运动, 类LISA空间引力波探测任务臂长的变化可达1%, 类ASTROD-GW空间引力波探测任务臂长的变化可达0.01%–0.1%. 一般对给定的激光器噪声要求选择适当的TDI组态(组合)使得公式(40)给出的激光频率噪声引起的干涉相位噪声小于核心噪声(光学测长噪声和惯传/加速度计噪声), 即在讨论探测灵敏度和探测目标时, 可以以核心噪声为主. 对于激光频率噪声 $\delta\nu(f)$ 为30 Hz/Hz<sup>1/2</sup>的激光源, X, Y和Z TDIs不满足LISA和ASTROD-GW的要求, X1, Y1和Z1 TDIs满足LISA和ASTROD-GW的要求.

表2列出当前激光干涉探测引力波空间任务项目和计划的核心噪声. 惯传/加速度计噪声决定应变测量参考点的精度, 光学测长噪声决定测量本身的精度. 激光频率噪声在测量过程中会发生, 但选取适当的TDI

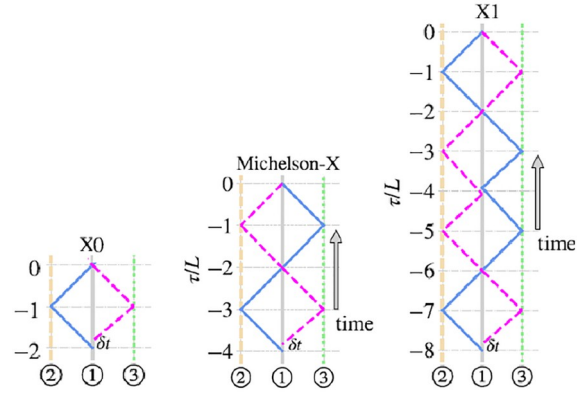


图 19 (网络版彩图)第零代TDI通道迈克尔逊X0、第一代TDI通道迈克尔逊-X和第二代TDI通道迈克尔逊-X1之S/C传递-时间延迟图. 垂直线表示时间方向上S/C的轨迹(①–③表示S/C*i*, *i*=1, 2, 3), 每个y轴上的刻度显示相对TDI结束时间 $\tau=0$ 的时间延迟值. 蓝色实线和红色虚线表示两TDI通道的路径, 并区别两组干涉激光束. 图片(Wang diagrams)取材自文献[241,242]

Figure 19 (Color online) The S/C layout-time delay diagrams for the zeroth-generation TDI channel Michelson X0, the first-generation TDI channel Michelson-X, and the second-generation TDI channel Michelson-X1. The vertical lines indicate the trajectories of S/C in the time direction (①–③ indicate S/C*i*, *i*=1, 2, 3), and the ticks on each y-axis show the value of time delay with respect to the TDI ending time  $\tau=0$ . The blue solid and red dashed lines show the paths of TDI channels, and indicate two groups of interfered laser beams. The figure (Wang diagrams) is adapted from refs. [241,242].

组态组合测量结果后, 会抵消至核心噪声之下.

光学测长噪声的主要来源是长臂激光链路的散粒效应:

$$\theta_{\text{shot}} = (\hbar c / 2\pi\lambda P)^{1/2} \text{cycles Hz}^{-1/2}. \quad (41)$$

此方程是指由一航天器上的激光被邻近航天器检测而引起的射频噪声. 接收到激光的光学功率 $P$ 越高, 则射频噪声越低. 使用LISA参数估算<sup>[50]</sup>, 值为6.9  $\mu\text{cycles Hz}^{-1/2}$ . 由 $\lambda=1.064 \mu\text{m}$ 转换成光学测长噪声为7.34  $\text{pm Hz}^{-1/2}$ . 在其他测长噪声足够小之下, 满足表中所列的10 (15)  $\text{pm Hz}^{-1/2}$ . 对其他空间引力波探测任务, 推导相似.

2015年12月, LISA探路者成功发射, 其实验消减惯传/加速度计的噪声幅度谱至<sup>[46,47]</sup>

$$\begin{aligned} [P_a(f)]^{1/2} &\leq 3 \text{ fms}^{-2} \text{ Hz}^{-1/2} [1 + (10^{-4} \text{ Hz}/f)^2 \\ &+ 16 (2 \times 10^{-5} \text{ Hz}/f)^{10}], (2 \times 10^{-5} \text{ Hz} \leq f \leq 1 \text{ Hz}). \end{aligned} \quad (42)$$

各空间引力波探测计划均以此为依据, 分别制定其目标. 如LISA采用稍为宽松的

$$\begin{aligned} [P_{a,\text{LISA}}(f)]^{1/2} &\leq 3 \text{ fms}^{-2} \text{ Hz}^{-1/2} [1+(0.4 \text{ mHz}/f)^2]^{1/2} \\ &\times [1+(f/8 \text{ mHz})^4]^{1/2}, (1 \times 10^{-4} \text{ Hz} \leq f \leq 1 \text{ Hz}). \end{aligned} \quad (43)$$

除了低频红色宽松因子 $[1+(0.4 \text{ mHz}/f)^2]^{1/2}$ 外, 还增加了一个蓝色宽松因子 $[1+(f/8 \text{ mHz})^4]^{1/2}$ . 太极计划亦然. 关于其他引力波空间任务的讨论, 参见第8节.

## 7 空间光学干涉引力波探测, 延迟线和时延干涉

空间光学干涉探测引力波的方法有两种: 一种是使用迈克尔逊星光干涉仪, 一种是使用广义迈克尔逊激光时延干涉仪.

### 7.1 星光干涉仪与引力波探测

1868年, Fizeau<sup>[243,244]</sup>提出将带有两个狭缝的光罩置于望远镜前以干涉法克服大气扰动造成的天体影像变宽来测定恒星的视角. 1873–1874年, Stephan<sup>[245]</sup>遵循Fizeau的想法, 使用马赛天文台的80 cm傅科反射式望远镜和双狭缝光罩观测数个亮星, 的确看到干涉条纹. 当光罩双狭缝的距离 $d$ 增加至 $1.22\lambda/\theta$ 时, 条纹的能见度应为零, 但当光罩双狭缝的距离增至65 cm时, 干涉条纹仍清楚, 并未消失, Stephan推论这些亮星的视直径 $\theta$ 均小于160 mas(即 $\sim 1.22\lambda/d$ ,  $\lambda$ 为波长).

1890年, Michelson<sup>[246]</sup>使用了星光干涉仪<sup>[247]</sup>, 其原理示意如图20, 可以测量天体的视角大小. 对于视直径为 $\theta$ 的球形恒星, 干涉条纹消失时的 $1.22\lambda/d$ 即为测得

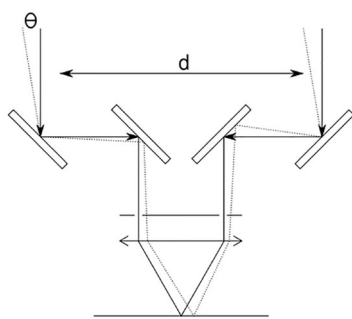


图 20 迈克尔逊星光干涉仪示意图. 干涉条纹能见度为零时的 $1.22\lambda/d$ 即为测得的视直径([https://www.wikiwand.com/en/Michelson\\_stellar\\_interferometer](https://www.wikiwand.com/en/Michelson_stellar_interferometer))

Figure 20 Schematic of the original Michelson stellar interferometer. When the fringe visibility vanishes, the  $1.22\lambda/d$  is the apparent angular diameter. ([https://www.wikiwand.com/en/Michelson\\_stellar\\_interferometer](https://www.wikiwand.com/en/Michelson_stellar_interferometer)).

的视直径角. 1921年, Michelson和Pease<sup>[247]</sup>在Wilson天文台2.5 m直径的Hooker望远镜的前面安装了6 m干涉仪测得了参宿四 $\alpha$  Orionis的视直径为0.47", 根据其视差值0.018", 得出了直径为 $3.84 \times 10^8 \text{ km}$  (2.58 AU), 第一次测得了一个恒星的直径.

在Jodrell Bank与学生Jennison和das Gupta完成射电星光强度干涉仪后<sup>[248]</sup>, Hanbury Brown与理论物理学家Twiss<sup>[249]</sup>在1954年建立了光学强度干涉仪的数学基础. 1955年, Hanbury Brown与Twiss在实验室中证实了他们的构想. 随后, Hanbury Brown收集组装设备来测量天狼星的角直径. 借了二战时使用过的1.5 m直径探照灯, 将灯换成光电倍增管, 接收与记录天狼星的星光, 放大阳极电流起伏, 并关联了基线相距可达10 m的两探照灯改制的望远镜测到的电流起伏. 在寒冷的4个月里累积了18 h的积分数据, 测得天狼星角直径为 $6.82 \pm 0.52 \text{ mas}$ , 第一次直接测得了一个主序星的角直径<sup>[250]</sup>.

成功地利用探照灯建立了10 m原型星光强度干涉仪, 促使进一步建造一个测主序星专用的强度干涉仪. 经过许多努力, 最终, 英国科学与工业技术研究部(DSIR: Department of Scientific and Industrial Research)与悉尼大学物理学院及曼彻斯特大学合伙, 共同在澳洲建造第一个测量大量星体直径的天文仪器——纳拉布里恒星强度干涉仪(NSII: Narrabri Stellar Intensity Interferometer). NSII设备由一个大圆形轨道组成, 探测器间距可从10–188 m, 从1963年运行到1974年, 测量了32颗恒星的角直径, 连同Michelson和Pease的测量, 初步完成了主序星和巨星的角直径系统测量<sup>[251,252]</sup>.

1974年, Labeyrie<sup>[253,254]</sup>完成了基线为12 m, 由一对分离的直径0.25 m望远镜组成的星光干涉仪. 从织女星( $\alpha$  Lyr)在500–750 nm光谱范围产生的干涉条纹均清晰可见, 可以推出织女星的视直径小于5 mas(进一步证实了Hanbury Brown等人<sup>[255]</sup>使用Narrabri天文台星光强度干涉仪测量得到的织女星483.5 nm光视角直径为 $3.56 \pm 0.40 \text{ mas}$ 的观测), 开启了现代长基线星光干涉仪的滥觞. 在此, 以加州Mt. Wilson山上的Mark III星光干涉仪<sup>[256,257]</sup>和空间计划SIM<sup>[30]</sup> (Space Interferometry Mission)为例, 简单说明进展. 天文观测需要跟踪天体, 而迈克尔逊干涉需要两束相互干涉的光线光程相等或相差在相干长度之内. 对于地基的天文设施, 地球转动造成光程差的变化需要补偿. Labeyrie等

人<sup>[253,254]</sup>的星光干涉仪之条纹跟踪机制是移动在两个天文望远镜联机轨道上的光束复合光学器件平台, 使得两束光的光程差相等或在相干长度之内. Mark III 星光干涉仪的跟踪方法使用机动可变光程延迟线, 如图21所示. 光程差补偿也可使用待开发、在7.3节详述的连续可调光纤延迟线.

Mark III星光干涉仪于1987年开始运行, 1992年结束运行, 在星光波长450–800 nm之间从事天体方位、恒星角直径和双星轨道的测量. Mark I和Mark II是发展Mark III的技术试验装置. Mark III有三个固定于基座可做alt-az旋转的定天镜N, S, E形成NS, ES各12 m的两基线可作天体方位测量. 定天镜多个基线的干涉测量可以合成成像. Mark III有两个在轨道上的定天镜可在11个基座间移动, 其有效孔径为7.5 cm(够小), 在Mt. Wilson无需使用自适应光学. 美国海军精密光学干涉仪(NPOI: Navy Precision Optical Interferometer)<sup>[28,29]</sup>为Mark III的一个后续计划, 是一组Y形三臂成像干涉仪, 臂长250 m, 基线最长可达437 m, 是现今地基天文光学成像分辨率最高的仪器. NPOI是一个复杂的系统其天文测角的精度可达数mas. 地基星光干涉仪测角的精度, 受大气扰动的制约, 极限为数十 $\mu\text{as}$ .

Mark III的另一后续计划, SIM (Space Interferometry Mission)空间干涉测量任务<sup>[30]</sup>, 也称为SIM Lite(前称SIM PlanetQuest), 其主要目标是寻找太阳系外附近

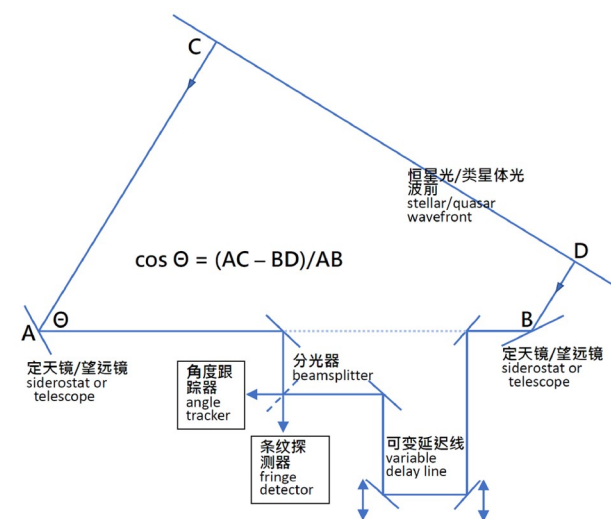


图 21 (网络版彩图)使用可变延迟线的现代迈克尔逊星光干涉仪示意图

Figure 21 (Color online) Schematic diagram of a current Michelson stellar interferometer using the delay line.

恒星宜居带中运行之类地球大小的行星. SIM曾多次推迟, 最终于2010年取消.

在7.1.1节中, 我们讨论用星光干涉仪探测低频引力波的方法和任务概念. 引力场和引力波遍布宇宙, 会影响星光干涉仪的光源和星光干涉仪, 在极精密测量中, 应需考虑光源和探测器所受到的引力场和光路径上引力波的影响.

周期长于观测时间跨度的引力波会在天空中产生一种简单的视自行运动模式<sup>[258]</sup>. 因此, 精确测量类星体自行运动是一种探测超低频(10 fHz–300 pHz)引力波的方法. 我们在7.1.2节中讨论这种探测引力波的方法.

### 7.1.1 微赫兹与亚微赫兹低频引力波的探测

在星光到达星光干涉仪的路径上如有引力波经过, 则可影响星光干涉仪测量星光来源的角度, 测得的天体角度之频谱变化可显露引力波的信息.

2021年, Park等人<sup>[259]</sup>提出使用星光干涉仪探测微赫兹低频引力波的方法, 在空间长基线两端的两个航天器上探测来自遥远恒星的两束相干光束, 可用于振幅或强度干涉测量, 如图22所示. Park等人<sup>[259]</sup>分析了以相距1 Gm的两航天器接受蟹星550 nm可见光形成的星光干涉仪, 考虑散粒噪声和可能达成的加速度噪声, 认为引力波探测灵敏度在250  $\mu\text{Hz}$ 附近可以和LISA的相当. 2022年, Fedderke等人<sup>[260]</sup>进一步提出并

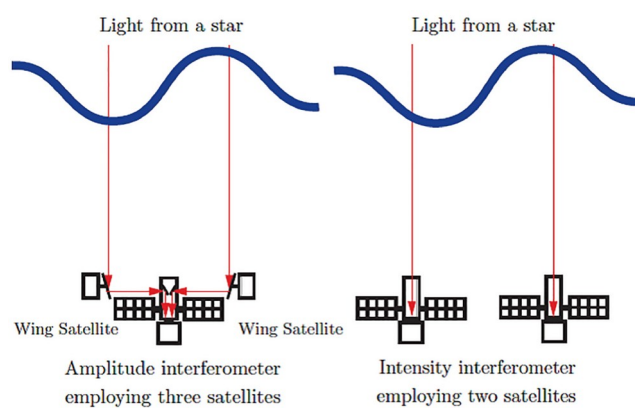


图 22 (网络版彩图)一种经典的方法, 采用三颗卫星配置(左图), 以及用于探测引力波的星际振幅干涉的两颗卫星配置(右图). 图片来自文献<sup>[259]</sup>

Figure 22 (Color online) A classical method with a three satellites configuration (left) and an intensity interferometer configuration of two satellites (right) for stellar interferometry of detecting gravitational waves. The figure is from ref. <sup>[259]</sup>.

分析了行星源和白矮星源使用星光干涉仪可以探测 10 nHz–1  $\mu$ Hz 的亚微赫兹引力波的方法. 这些方法的讨论还在初期, 有待更多的研究分析.

### 7.1.2 超低频段(10 fHz–300 pHz)引力波的探测<sup>[126]</sup>

10 fHz 的引力波周期为  $10^{14}$  s, 约为 316 万年; 300 pHz 的引力波周期为  $3.3 \times 10^9$  s, 约为 100 年. 周期长于观测时间跨度的引力波会在天空中产生一种简单的视自行运动模式<sup>[258]</sup>. 因此, 精确测量类星体自行运动将是一种探测超低频(10 fHz–300 pHz)引力波的方法. Gwinn 等人<sup>[261]</sup>使用该方法将频率小于  $2 \times 10^{-9}$  Hz 和大于  $3 \times 10^{-18}$  Hz (包括超低频段的频率)随机引力波的归一化能谱密度制约为小于  $0.11 h^{-2}$  (95% 置信度)乘以我们宇宙的临界闭合密度. 使用 Planck2018 测得的哈勃常数  $H_0 = (67.4 \pm 0.5) \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ <sup>[262,263]</sup> 得到  $h = 0.674$ , 并根据其对应的临界密度值获得 0.24 的制约(文献[126]的图4中标记为QA (Quasar Astrometry)的制约线). 亚微角秒和纳角秒(nas)天体测量的长基线光学干涉仪/空间星光干涉仪在技术上是可行的<sup>[264]</sup>. 使用这种干涉仪, 类星体自行运动的精确天体测量可以提高4个数量级, 达到nas/yr的精度. 在能量方面, 测定或约束  $\Omega_{\text{gw}}(f)$  的精度可以达到  $2.4 \times 10^{-9}$  或更好的灵敏度(文献[126]的图4中标记为QAG (Quasar Astrometry Goal)的直线).

使用公式(1), 我们得到特征应变  $h_c(f)$  的制约是

$$h_c(f) < 4.2 \times 10^{-19} (\text{Hz}/f), \quad (44)$$

for  $3 \times 10^{-18} \text{ Hz} < f < 2 \times 10^{-9} \text{ Hz}$ .

当角度分辨率提高4个数量级时, 灵敏度达到

$$h_c(f) = 4.2 \times 10^{-23} (\text{Hz}/f), \quad (45)$$

for  $3 \times 10^{-18} \text{ Hz} < f < 2 \times 10^{-9} \text{ Hz}$ .

曲线(44)和曲线(45)均绘制在文献[126]的图2中, 标记为QA和QAG. 使用公式(1), 可将  $\Omega_{\text{gw}}(f)$  转换为  $[S_h(f)]^{1/2}$  绘制在文献[126]的图3上.

## 7.2 广义迈克尔逊干涉与时延干涉

在迈克尔逊干涉仪中, 波前分成两部分以进入两个不同的路径, 然后两个波前重新组合以进行干涉. 对于白光, 迈克尔逊必须非常精确地匹配两个光路长度才能产生干涉条纹. 原本的Michelson干涉仪是使用

白光干涉: 白光Michelson干涉仪要求两个臂长几乎相等, 相差不超过1个波长. 对相等臂长的两个路径不需要相干(coherence)即可干涉. 最早的Michelson干涉仪可用在不同方向光速的比较, 如出名的Michelson-Morley实验, 及公尺原器和其复制品的比对. 1925年, Michelson和Gale<sup>[265]</sup>使用碳弧光源, 具有较好的相干性, 以其在2010英尺 $\times$ 1113英尺(1英尺=0.3048 m)长方形地块(纬度:  $41^\circ 46'$ )周边测量Sagnac效应得  $0.230 \pm 0.005$  干涉条纹, 定地球转速的误差达到2%.

激光发明后, 相干长度变得 longer. 人们可以建造不等臂迈克尔逊干涉仪. 干涉精度虽然可以不受频标(钟等)稳定度的限制, 然而仍然会受到相干长度(频率噪声)的限制(方程(40)). 迈克尔逊干涉仪的另一种配置是马赫-曾德尔干涉仪. 多普勒跟踪需要测量的相位需要和本地振荡器产生节拍后作为时间的函数进行测量. 在适当地考虑外差后, 方程(31)和(32)等仍可用.

由于等离子体中电磁波速度与真空速度的偏差与频率的平方成反比, 因此射电和微波传播中太阳风或电离气体引起的时延不确定性, 在Ka频段(32 GHz)小于X频段(8.4 GHz), 在X频段小于S频段(2.3 GHz). 这是卡西尼号航天器多普勒跟踪使用Ka波段和X波段可以获得更好噪声性能的两个动机之一. 另一个动机是波长较短, 测量精度提高. 在光频率下, 波长小了4个数量级以上, 等离子体效应小了8个数量级. 因此, 当引力波检测中需要更高的光程测量灵敏度时, 引力波学界开始使用光学方法. 当灵敏度提高时, 我们需要将杂散噪声抑制到目标灵敏度水平以下. 这就要求: (i) 降低加速噪声并实现无拖曳技术; (ii) 尽可能地减少激光噪声. LISA Pathfinder演示了基本无拖曳技术<sup>[46,47]</sup>. 为了降低激光噪声, 需要激光稳定性. 最好的办法是实现绝对稳定; 例如, 锁定碘分子线等. 然而, 仅靠其现在能达到的稳定度尚不能满足所需  $10^{-21}$  量级的应变灵敏度. 为了降低激光噪声要求, 寻找光程差小的路径组合之时延干涉测量法(TDI)发挥了作用.

对于空间激光干涉引力波天线, 臂长根据太阳系轨道动力学而变化. 为了获得所需的灵敏度, 必须将激光频率噪声效应对于所选用的TDI组态抑制在核心噪声(例如光路噪声、加速度噪声等)以下. 为了抑制激光频率噪声效应, 需要在分析中使用TDI来匹配光路长度. 如方程(40), 光路长度匹配得越好, 激光频率噪声的消除效果越好, 并且越容易达到所需的灵敏度.

在精确匹配的情况下, 激光频率噪声几乎完全消除, 就像原始迈克尔逊干涉仪一样.

对于不等臂长(路径)的干涉设施, 要能产生干涉需要使路径光程差小于相干长度. 例如, 单模窄线宽(1 kHz) Nd:YAG激光的相干性超过100 km, 可用于光程差小于100 km的干涉; 若有干涉相位精度要求, 则需两路光程匹配的更好, 如LISA的25 m和Taiji的30 m. LISA和太极引力波探测空间计划中3个航天器在太阳轨道上运动, 其名义臂长分别为250万公里和300万公里, 轨道运动会使臂长有1%的差异, 即两三万公里, 无法干涉.

TDI设计使分束的二道激光之光程接近始能产生干涉, 如图23从入射input到出射output分成1和2两光束, 其与本地振荡激光的拍频分别由相位计接受记录比较.

有两种方法可以讨论干涉噪声.

(1) 按方程(40), 1、2两臂干涉信号的噪声为: (i) 两臂之光程差所对应的频率噪声, 即公式(40)第一项; (ii) 激光在1臂传播过程中和其间放大过程中所嵌入的噪声, 以及激光在2臂传播过程中和其间放大过程中所嵌入的噪声. 从TDI组态以及各连接点和接收端相位数据结构, 可直接探明干涉信号, 原则上无需使用链路中的精确计时数据, 但要熟悉链路结构(参见第13节).

(2) 考虑每一节点(A, B, C, D, E, F)的激光频率噪声效应(甚大), 以及激光在两臂传播过程中和其间放大过程中所嵌入的噪声连同计时噪声. 在频率噪声大数相消后的总噪声即为接收端的干涉噪声.

第二种方法是LISA至今通常使用的方法, 见文献

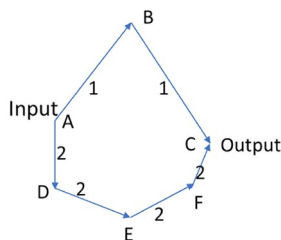


图 23 (网络版彩图)从入射input A到出射output C分成ABC (1)和ADEF C (2)两光束激光, 在每一节点其与本地振荡激光的拍频分别由相位计接受记录比较, 产生累计干涉相位差

Figure 23 (Color online) Laser light is divided into two beams ABC (1) and ADEF C (2) from input A to output C. At each link, the phase of beat with the local laser oscillator is received and recorded in the phase meter to produce phase differences.

[159,266–282]. 第一种方法是文献[53,55,82,105,128,145,241,242]中隐含的想法, 以激光分二束连续传播为基准的方法, 无需直接考虑激光频率在不同光程中大多数噪声的方法. 第一种方法可以利用无拖曳航天器(或常等臂编队航天)轨道的稳定性和激光伪码讯号的传递决定二路径光程差及二路径中激光到达各航天器的本地时间. 而本地时间和太阳系质心固有时之间的转换可以用激光伪码测距和其稳定性决定之. 这两种方法是殊途同归的, 在第13节中说明之.

激光和激光乘载的伪码同时抵达各航天器, 故光抵达各航天器由伪码定出的时间相同, 即各航天器时钟或超稳定振荡器记录的时间(航天器的固有时, 亦即航天器的本地时间). 因之, 对各航天器时钟或超稳定振荡器的要求可以宽松些. 伪码测距可以由Ka微波通讯定距, 航天器定轨以及行星历检验确认. 同时, 这些数据也可用来改良行星历.

TDI首次用于ASTROD任务概念的研究<sup>[53,55]</sup>. 在深空干涉测量中, 总是涉及长距离. 由于距离较远, 激光在接收航天器处会受到很大程度的衰减. 为了将激光传输回或传输到另一个航天器, 需要放大. 该过程是将本地激光锁相到传入的弱激光, 并将本地激光传输回或传输到另一个航天器. 廖安琪等人<sup>[59,60]</sup>在实验室中演示了能对2 pW入射激光的本地振荡器锁相. Dick等人<sup>[283]</sup>完成了对40 fW入射弱激光的锁相. 这些发展满足了e-LISA/NGO<sup>[49]</sup>和ASTROD-GW<sup>[81]</sup>功率需求的可行性验证. 后续的实验更进一步增进了可行性<sup>[284–287]</sup>, 2023年Sambridge等人<sup>[287]</sup>能够追踪亚飞瓦(sub-fW)激光的相位, 平均掉链(slip)时间超过1000 s.

20世纪90年代, 在ASTROD干涉测量概念研究中使用了以下两种TDI配置<sup>[53,55]</sup>, 以牛顿动力学数值计算出光程差. 这两种TDI组态/构型是不等臂迈克尔逊TDI组态/构型以及用于3航天器编队飞行的萨尼亚克TDI组态/构型. 其原理是让两束激光束分别进入路径1和路径2, 并在其末端路径处发生干涉. 对于不等臂迈克尔逊TDI配置(X组态), 如图19所示, 一束激光从航天器1(S/C1)发出, 指向航天器2(S/C2)由航天器2(S/C2)接收, 并对S/C2中的本地激光进行光学锁相; 然后锁相激光束指向到S/C1由S/C1接收, 并光学锁相S/C1中的另一个本地激光器; 依此类推, 按照路径1返回到S/C1:

路径 1: S / C1 → S / C2 → S / C1 → S / C3 → S / C1. (46)

第二束激光也从 S/C1 开始, 但遵循路径2路线:

$$\text{路径 2: } S/C1 \rightarrow S/C3 \rightarrow S/C1 \rightarrow S/C2 \rightarrow S/C1, \quad (47)$$

返回到S/C1并与第一束光束相干涉. 如果两条路径具有完全相同的光路长度, 则激光频率噪声相互抵消; 如果两路光路长度差较小, 则激光频率噪声很大程度上抵消. 在Sagnac TDI配置Sagnac- $\alpha$ 组态中, 两条路径是:

$$\begin{aligned} \text{路径 1: } & S/C1 \rightarrow S/C2 \rightarrow S/C3 \rightarrow S/C1, \\ \text{路径 2: } & S/C1 \rightarrow S/C3 \rightarrow S/C2 \rightarrow S/C1. \end{aligned} \quad (48)$$

在Sagnac- $\alpha$ 2组态中, 两条路径I和II分别是I: 路径1+路径2; II: 路径2+路径1.

从那时起, 我们对于原LISA<sup>[45]</sup>, eLISA/NGO<sup>[49]</sup>, 臂长为 $2 \times 10^6$  km的类LISA型空间引力波探测概念、零倾角的ASTROD-GW<sup>[77,78]</sup>、非零倾角的ASTROD-GW<sup>[81]</sup>以及现今的LISA和Taiji进行了类似的计算(使用相对论星历的计算)<sup>[82,145,288-291]</sup>.

自1999第一代和第二代TDI提出以来<sup>[159,292]</sup>, LISA的时延干涉测量在各个方面都得到了更彻底的研究. 第一代TDI补偿静态不等臂长的差异, 而第二代TDI则对运动进行了一定程度的补偿. 一组(46)和(47)的配置是Armstrong, Estabrook和Tinto意义上的第一代TDI X配置<sup>[159]</sup>. 如TDI X配置, 若激光从S/C 2发出, 指向S/C 3和S/C 1, 则为TDI Y; 若激光从S/C 3发出, 指向S/C 1和S/C 2, 则为TDI Z. TDI X, TDI Y和TDI Z是一种通道, 可供数据分析. TDI X, TDI Y和TDI Z构成一个线性空间的基. X, Y, Z可线性转换成下列在数据分析上无相关(在等臂长近似下)的基<sup>[159,292]</sup>:

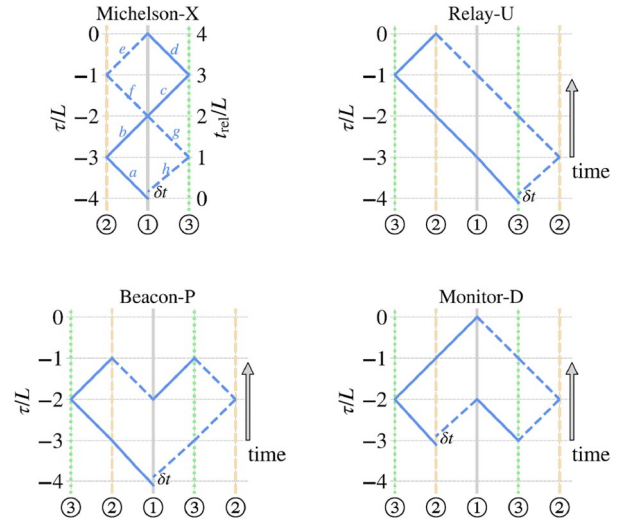
$$\begin{aligned} A &= Z - X; \quad E = (X - 2Y + Z) / 6^{1/2}, \\ T &= (X + Y + Z) / 3^{1/2}. \end{aligned} \quad (49)$$

对于三个航天器的三角形编队, 尚有中继-U、信标-P和监视-D<sup>[277]</sup>, 其组态如图24<sup>[241,242,293]</sup>所示.

在第13节中讨论数值TDI. 对于TDI的许多其他方面, 读者可参阅文献<sup>[292]</sup>.

### 7.3 连续可调光纤延迟线与引力波探测

由于探测精度的要求和有限的激光同调长度, 对于Taiji探测器和LISA探测器, 其两个路径光程差的要求应分别小于30和25 m. Taiji探测器和LISA探测器的三个航天器编队受太阳及行星等引力作用的影响, 其



**图 24** (网络版彩图)第一代TDI通道迈克尔逊-X、中继-U、信标-P和监视-D之S/C传递-时间延迟图. 垂直线表示时间方向上S/C的轨迹(①—③表示S/C*i*, *i*=1, 2, 3), 每个y轴上的刻度显示相对于TDI结束时间 $\tau=0$ 的时间延迟值. 为了避免由非整数延迟时间引起的交叉并清晰显示路径, 对于S/C2(虚线绿色线)和S/C3(虚线橙色线), 绘制了额外的轨迹线. 蓝色实线和蓝色虚线表示TDI通道的两个路径, 并表示两组干涉激光束.  $t_{\text{rel}}$ 是相对于TDI起始时刻 $t_0$ 的时间. 图片(Wang diagrams)来自文献<sup>[241,242,293]</sup>

**Figure 24** (Color online) The S/C layout-time delay diagrams for the first generation TDI channels Michelson-X, Relay-U, Beacon-P, and Monitor-D. The vertical lines indicate the trajectories of S/C in the time direction (①—③ indicate S/C*i*, *i*=1, 2, 3), and the ticks on each y-axis show the value of time delay with respect to the TDI ending time  $\tau=0$ . The  $t_{\text{rel}}$  is the time with respect to the starting time  $t_0$  at starting S/C of TDI. To avoid the crossing caused by TDI paths at noninteger delay times and show the paths clearly, extra trajectory lines are plotted for S/C2 (dotted green lines) and S/C3 (dashed orange lines). The blue lines show the paths of TDI channels, the solid line and dashed line indicate two groups of interfered laser beams. The figure (Wang diagrams) is from refs. <sup>[241,242,293]</sup>.

臂长随着时间的变化可达1%. Taiji探测器的臂长变化可达30000 km, LISA探测器的臂长变化可达25000 km, 简单的迈克尔逊干涉路径不满足其要求; 第一代时延迈克尔逊双重干涉路径X, Y, Z的光程差, 对Taiji探测器可达370 m、对LISA探测器可达240 m, 均不满足其要求小于30和25 m的条件<sup>[145]</sup>. 第二代时延迈克尔逊干涉四重路径X1, Y1, Z1的光程差, 对Taiji探测器小于5 m、对LISA探测器小于3 m, 均可满足其要求<sup>[145]</sup>.

若使用连续可调光纤延迟线<sup>[54]</sup>在航天器中补偿Taiji和LISA探测器第一代时延迈克尔逊干涉双重路径X, Y, Z的光程差, 则可满足其要求. 现在按文献<sup>[54]</sup>说明连续可调光纤延迟线的制作原理. 此方法亦可适

用于其他的空间引力波探测任务, 如LISAmax, Tian-Qin, AMIGO, ASTROD-GW, Super-ASTROD等.

对于星载天文干涉仪, 全光纤延迟线是一种理想的选择<sup>[54,294]</sup>. 光纤延迟线的示意性配置如图25所示. 同样的配置也可用于地基天文干涉仪和空间引力波探测器<sup>[54,294]</sup>. 如图25所示, 我们可以使用EOMs(电光调制器)或PZTs(压电陶瓷传感器)或两者以实现光程长度从0到 $\delta$ 的变化. 光路长度在环 $k$  ( $k=1, 2, 3, \dots, n$ )中下层路径和上层路径的总长度的差异为 $2^{k-1}\delta$ . 欲从0到 $\delta$ 连续改变光延迟, 我们可以对EOMs和/或PZTs施加电压. 此时, 欲从 $\delta$ 到 $2\delta$ 连续改变光延迟我们可以快速关闭电压, 正如我们在激光测长<sup>[295]</sup>和光纤测长<sup>[296]</sup>中所做的那样, 并改变光经第一个环路的路径从上路径到下路径, 然后增强加在EOMs和/或PZTs的电压. 在光程差达到 $2\delta$ 时, 欲从 $2\delta$ 到 $3\delta$ 连续改变光延迟, 我们可以快速同时关闭EOMs和/或PZTs的电压, 将第一个环路的激光切换到上路径, 将第二个环路的激光切换到下路径, 然后再次增强加在EOMs和/或PZTs的电压, 如同二进制计数电路<sup>[295]</sup>. 通过 $n$ 个环路, 我们可以在切换时间的精度内连续改变光学延迟到 $2^n\delta$ 的总长度. 施加到EOMs和PZTs的电压可以在1 ms关闭. 1996年, 清华大学正在实验室开发时间具有1 ms快速可调的定向耦合器. 下面介绍当时的进展情况.

采用硅片作为抛光基材<sup>[297]</sup>, 我们改进了侧面抛光技术, 同时抛光八根以上光纤, 并在液滴测试中达到了很高的灵敏度(85–90 dB). 使用这些侧面抛光光纤(半耦合器)和液晶, 文献[298]制造了具有高消光比的偏振片. 由于这一改进抛光技术, 文献[298]制造出的半耦合器与文献[299]中的相比其有效相互作用长度提高了四倍. 遵循Digonnet和Shaw<sup>[299]</sup>的方法, 文献[298]制作了机械式可调的光纤定向耦合器, 在单模光纤耦

合器中, 已实现接近100%的功率可调性.

为了满足延迟线的可调速度要求, 第一步可施加一个电压来改变两个半耦合器之间匹配液晶的折射率<sup>[294]</sup>. 预期的响应时间是1 ms. 这个时间尺度远短于特征大气波动时间尺度并且足以用于地面干涉仪中的延迟线. 规划第二步研究由机械可定向器件制成延迟线的耦合器, 而后是制成电可定向耦合器. 在那之后, 我们可计划制作一个具有连续(1 ms时间尺度)可变的全光纤延迟线原型并研究其特性.

## 8 探测灵敏度和其噪声要求

本节讨论各种空间激光干涉引力波探测器的探测灵敏度密度谱和其噪声要求.

在频域, 对于入射引力波

$$\mathbf{h}(f) = h^+(f)\mathbf{e}_+ + h^\times(f)\mathbf{e}_\times, \quad (50)$$

空间引力波探测器的响应 $h(f)$ 为

$$h(f) \equiv F^+(\theta, \varphi, \psi, f)h^+(f) + F^\times(\theta, \varphi, \psi, f)h^\times(f), \quad (51)$$

其中 $F^+(\theta, \varphi, \psi, f)$ 和 $F^\times(\theta, \varphi, \psi, f)$ 为依引力波源空间角度( $\theta, \varphi$ )和其偏振角度 $\psi$ 而变的复数响应函数.

空间引力波探测器应变功率谱灵敏度可用有效噪声功率谱密度定义如下:

$$S_n(f) = P_n(f) / R^2(f), \quad (52)$$

其中,  $R(f)$ 是探测器对引力波信号空间方向和极化的平均响应函数. 引力波响应函数 $R^2(f)$ 将入射引力波信号的功率谱密度与探测器中记录信号的功率谱密度相关联.

对任何一个可用的TDI组态, 其平均响应函数 $R_{\text{TDI}}(f)$ 可以使用数值方法从方程(31)和(32)计算两个路径的

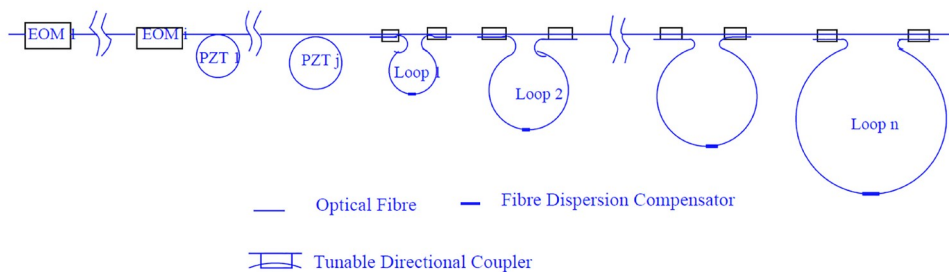


图 25 (网络版彩图)光纤延迟线的示意性配置. 图片来自文献[54,55]

Figure 25 (Color online) A schematic configuration of fibre delay lines. The figure is from refs. [54,55].

相位差得到. 对TDI X0, X, A和E, 其平均响应函数平方 $R_{X0}^2(f)$ ,  $R_X^2(f)$ ,  $R_A^2(f)$ 和 $R_E^2(f)$ 按文献[300–302]可以近似为

$$\begin{aligned} R_{X0}^2(f) &\approx 0.3/(1+0.6x^2), \\ R_X^2(f) &\approx (16x^2\sin^2x)R_{X0}^2(f) \\ &\approx (16x^2\sin^2x)0.3/(1+0.6x^2), \\ R_A^2(f) &= R_E^2(f) \approx (9/20)(16x^2\sin^2x)/(1+0.6x^2), \end{aligned} \quad (53)$$

其中,  $x=2\pi fL$ . 在低频时, X/A/E的引力波响应和 $x^4$ 成正比, 臂长变化1%的空间任务对引力波响应的影响不大. 在低频时, TDI T的引力波的响应和臂长差相关<sup>[302]</sup>:

$$R_T^2(f) \approx 0.8x^4[(L_{12}-L_{23})^2 + (L_{12}-L_{13})^2 + (L_{13}-L_{23})^2]. \quad (54)$$

图26绘出LISA和Taiji X, A, E和T TDI通道的平均响应函数. T通道的响应因臂长的变化而变, 深灰色的部分对应400天内50%臂长较少的变化, 深灰加浅灰色的部分对应400天内90%臂长的变化. 在上下图的右侧显示T通道在0.01, 0.1, 1 mHz响应的直方图<sup>[302]</sup>.

光学测量噪声对迈克尔逊X TDI通道有4次贡献, 测试质量加速度噪声对其有16次贡献. 通过除以往返光程距离 $2L$ 将位移转换为应变, 即得

$$4P_{\text{op,mission}}/(2L_{\text{mission}})^2 = P_{\text{op,mission}}/(L_{\text{mission}})^2. \quad (55)$$

同样地,  $1/(2L)$ 因子也应用于引力波引起的路径长度变化, 即 $16P_{\text{acc,mission}}/(2L_{\text{mission}})^2=4P_{\text{acc,mission}}/(L_{\text{mission}})^2$ .

$$\begin{aligned} P_n(f) &= P_{12}^{\text{op}}(f) + P_{21}^{\text{op}}(f) + P_{13}^{\text{op}}(f) + P_{31}^{\text{op}}(f) \\ &\quad + \left\{ 4 \cos^2(f/f^*) \times [P_{21}^{\text{acc}}(f) + P_{31}^{\text{acc}}(f)] + \right. \\ &\quad \left. + 4P_{12}^{\text{acc}}(f) + 4P_{13}^{\text{acc}}(f) \right\} / [(2\pi f)^4(L)^2] \\ &= 4P^{\text{op}}(f) + 8[1 + \cos^2(f/f^*)] \\ &\quad \times P^{\text{acc}}(f) / [(2\pi f)^4(L)^2], \end{aligned} \quad (56)$$

上式中, 假设每个航天器中的各探测器具有相同的噪声谱 $P^{\text{op}}(f)$ 和 $P^{\text{acc}}(f)$ .  $\cos^2(f/f^*)$ 项是由S/C1中 $t$ 时间和 $t-2L$ 时间的惯传/加速度计噪声结合而来的因子.

因之, 在X TDI通道中的总噪声是

$$\begin{aligned} P_X(f) &= 4P^{\text{op}}(f)/(4L^2) \\ &\quad + 8[1 + \cos^2(f/f^*)]P^{\text{acc}}(f)/[(2\pi f)^4(2L)^2] \\ &= P^{\text{op}}(f)/L^2 + 2[1 + \cos^2(f/f^*)] \\ &\quad \times P^{\text{acc}}(f)/[(2\pi f)^4(L)^2]. \end{aligned} \quad (57)$$

噪声对X通道引力波信号的贡献 $P_{Xn}(f)$ 是

$$\begin{aligned} P_{Xn}(f) &\approx 16x^2\sin^2xP_X(f) \\ (\text{同}R_X^2(f) &\approx 16x^2\sin^2xR_{X0}^2(f)\text{之关系}). \end{aligned} \quad (58)$$

由公式(50), (51), (57)和(58), 可得到对空间引力波探测器迈克尔逊X TDI通道的应变功率谱灵敏度, 即其有效噪声功率谱密度, 为

$$\begin{aligned} S_{Xn}(f) &= P_{Xn}(f)/R_X^2(f) \\ &= 16x^2\sin^2xP_X(f)/(16x^2\sin^2xR_{X0}^2(f)) \\ &= P_X(f)/R_{X0}^2(f) \\ &\approx \left\{ P_{\text{op,mission}}/(L_{\text{mission}})^2 + 2[1 + \cos^2(f/f^*)] \right. \\ &\quad \left. \times P_{\text{acc,mission}}/(2\pi f)^4(L_{\text{mission}})^2 \right\} / [0.3/(1+0.6x^2)] \\ &= \left[ 10/(3L_{\text{mission}}^2) \right] \\ &\quad \times \left[ P_{\text{op,mission}}^2 + 2[1 + \cos^2(f/f^*)]P_{\text{acc,mission}}/(2\pi f)^4 \right] \\ &\quad \times (1+0.6x^2) \\ &\approx \left[ 10/(3L_{\text{mission}}^2) \right] \left[ P_{\text{op,mission}}^2 + 4P_{\text{acc,mission}}/(2\pi f)^4 \right] \\ &\quad \times (1+0.6x^2). \end{aligned} \quad (59)$$

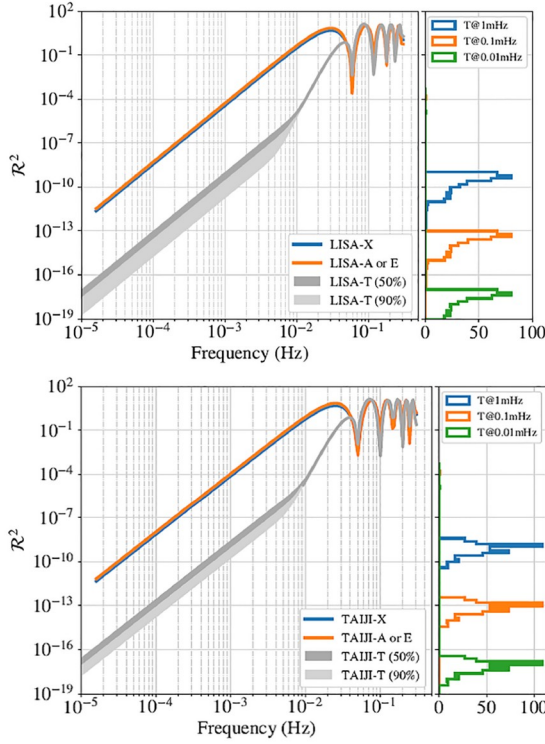
若频率噪声效应的贡献和其他噪声能抑制在核心噪声水平以下可以忽略的话, 对于大多数的预估和分析, 可以极好地使用以下公式给出的引力波灵敏度<sup>[300]</sup>:

$$\begin{aligned} S_{Xn,mission}^{1/2}(f) &= (20/3)^{1/2}(1/L_{\text{mission}}) \times \left[ 1 + f/(1.29f_{\text{mission}}) \right]^{1/2} \\ &\quad \times \left[ (P_{\text{op,mission}} + 4P_{\text{acc,mission}}/(2\pi f)^4) \right]^{1/2} \text{ Hz}^{-1/2}, \end{aligned} \quad (60)$$

其中,  $L_{\text{mission}}$ 是引力波空间任务的臂长, 而 $f_{\text{mission}}=1/(2\pi L_{\text{mission}})$ 是探测器的临界(特征)频率. 方程(60)是一个引力波干涉仪X TDL通道对于天空位置和极化进行平均后的引力波灵敏度之一极好的近似. 有关推导, 请参阅文献[300]及其中引用的文献. 它也是一个对于三角形编队的经典迈克尔逊干涉仪的一个极好的近似.

本文在1.12节和图12所使用的应变功率谱密度幅值即是方程(60)给出的近乎等边三角形编队对于天空位置和极化进行平均的引力波灵敏度.

如第6节所述, LISA对惯传/加速度计的噪声谱密度的要求是方程(43), 即 $[P_{\text{acc,LISA}}(f)]^{1/2} \leq 3 \text{ fms}^{-2} \text{ Hz}^{-1/2}$



**图 26** (网络版彩图) LISA(上图)和Taiji(下图) X, A, E和T TDI通道的平均响应函数. T通道的响应因臂长的变化而变, 深灰色的部分对应400天内50%臂长较少的变化, 深灰加浅灰色的部分对应400天内90%臂长的变化. 在上下图的右侧显示T通道在0.01, 0.1, 1 mHz响应的直方图. 图片来自文献[302]

**Figure 26** (Color online) The average responses of TDI X, A, E, and T channels for LISA (upper panel) and Taiji (lower panel). The T channel is sensitive to the variances of arm lengths, and the dark grey region shows the best 50% percentile in 400 days, and the dark and light grey areas together show the best 90% percentile. The right panel in each plot shows the histogram of the T channel's response at frequencies 0.01, 0.1, 1 mHz. The figure is from ref. [302].

$[1+(0.4 \text{ mHz}/f)^2]^{1/2} \times [1+(f/8 \text{ mHz})^4]^{1/2}$ , ( $1 \times 10^{-4} \text{ Hz} \leq f \leq 1 \text{ Hz}$ ); 其对光学测长噪声的要求是

$$[P_{\text{op,LISA}}(f)]^{1/2} \leq 10 \text{ pm Hz}^{-1/2} [1+(2 \text{ mHz}/f)^4]^{1/2}. \quad (61)$$

将此(43)和(61)式带入(60)式中, 即得LISA探测器的应变功率谱密度幅值/引力波灵敏度

$$\begin{aligned} S_{\text{n,LISA}}^{1/2}(f) &= (20/3)^{1/2} (1/L_{\text{LISA}}) \left[ \left( 1 + (f / (1.29 f_{\text{LISA}}))^2 \right) \right]^{1/2} \\ &\times \left[ \left( P_{\text{op,LISA}} + 4P_{\text{acc,LISA}} / (2\pi f)^4 \right) \right]^{1/2} \text{ Hz}^{-1/2}. \end{aligned} \quad (62)$$

图12中的LISA应变功率谱密度幅值/引力波灵敏度, 即

由此式所绘出. 表2中LISA的所列的加速度噪声为公式(43)右边前面的系数  $3 \text{ fms}^{-2} \text{ Hz}^{-1/2}$ ; 激光测距噪声(光学测长噪声)为公式(61)右边前面的系数  $10 \text{ pm Hz}^{-1/2}$ . 估算后, LISA<sup>[51]</sup>在其Definition Study Report中, 将此系数放宽至  $15 \text{ pm Hz}^{-1/2}$ .

太极计划对惯传/加速度计的噪声谱幅度的要求同LISA, 也是方程(43). 其对光学测长噪声的要求是

$$[P_{\text{op,Taiji}}(f)]^{1/2} \leq 8 \text{ pm Hz}^{-1/2} [1+(2 \text{ mHz}/f)^4]^{1/2}. \quad (63)$$

图12中Taiji探测器的应变功率谱密度幅值/引力波灵敏度, 即对Taiji相应的方程(60)所绘出.

按方程(40), X通道之激光频率噪声效应为

$$\delta\varphi_X \cong 2\pi\delta\nu(f) \times \delta t_X, \quad (64)$$

其中,  $\delta\nu(f)$ 是频率为 $f$ 的激光源的频率噪声,  $\delta t_X$ 是X通道两条路径的光程时差. 公式(64)亦适用于其他TDI通道.

图27展示LISA(上图)和Taiji(下图)在科学任务前400天的核心噪声和激光频率噪声效应. T通道的核心噪声和激光频率噪声效应因臂长的变化而变.

图28展示LISA(上图)和Taiji(下图)X, A和T TDI通道在科学任务前400天, 由于核心噪声和激光频率噪声效应制约的平均引力波灵敏度. T通道的灵敏度应臂长的变化而变. 短划线展示等臂长组态T通道的平均灵敏度<sup>[303,304]</sup>.

ALIA的应变功率谱密度幅值/引力波灵敏度由表2中其参数与其相应的方程(60)绘出, 不含红、蓝因子.

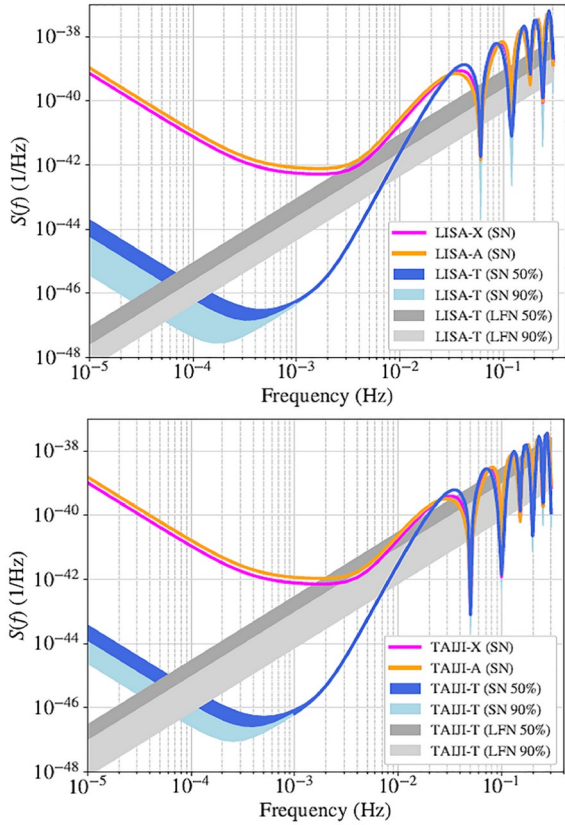
ASTROD-GW对惯传/加速度计的噪声谱幅度的要求是

$$\begin{aligned} [S_{\text{acc,ASTROD-GW}}(f)]^{1/2} &\leq 3 \text{ fms}^{-2} \text{ Hz}^{-1/2} [1+(0.1 \text{ mHz}/f)^2]^{1/2}. \end{aligned} \quad (65)$$

其对光学测长噪声的要求是

$$\begin{aligned} [S_{\text{op,ASTROD-GW}}(f)]^{1/2} &\leq 1000 \text{ pm Hz}^{-1/2} [1+(0.2 \text{ mHz}/f)^4]^{1/2}. \end{aligned} \quad (66)$$

图12中的ASTROD-GW应变功率谱密度幅值/引力波灵敏度, 即对ASTROD-GW相应的方程(60)所绘出. Folkner's mission的噪声要求和引力波灵敏度同ASTROD-GW. aASTROD-GW的惯传/加速度计的噪声谱幅度的要求和光学测长噪声比ASTROD-GW均小



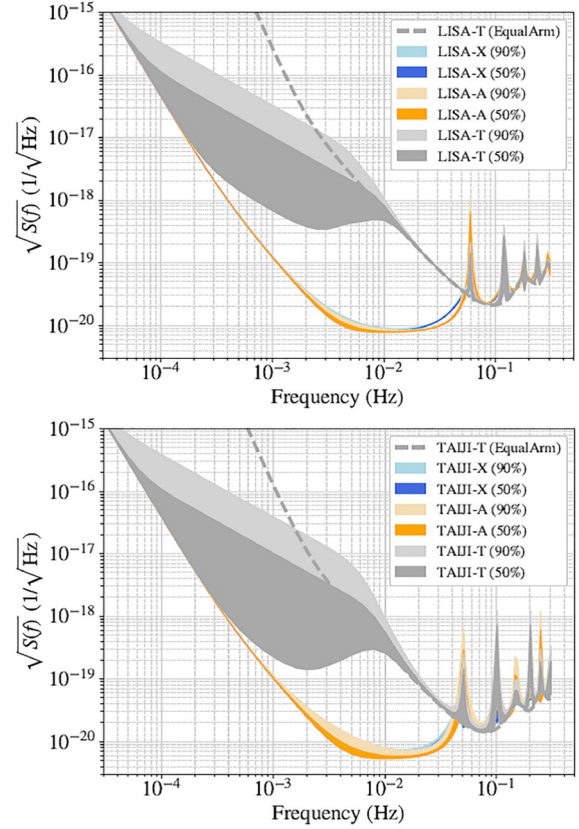
**图 27** (网络版彩图) LISA(上图)和Taiji(下图)在科学任务前400天的核心噪声和激光频率噪声效应。T通道的激光频率噪声效应(核心噪声)因臂长的变化而变,深灰色(深蓝色)的部分对应400天内50%臂长较少的变化,深灰加浅灰色(深蓝加浅蓝色)的部分对应400天内90%臂长的变化。图片来自文献[302]

**Figure 27** (Color online) The core noise (SN, acceleration noise + optical metrology noise) and the laser frequency noise (LFN) effect for LISA (upper panel) and Taiji (lower panel) in the first 400 days. The dark grey shows the highest laser noise effect in 50% of the first 400 days, and dark grey together with light grey show the laser noise effect 90% percentile in T channel. The dark blue shows the highest core noise in 50% of the first 400 days in T channel, and the dark blue together with light blue show the core noise in 90%. The figure is from ref. [302].

10倍。LISAmax的惯传/加速度噪声要求同ASTROD-GW,其光学测长噪声同aASTROD-GW。

图12中的DECIGO和B-DECIGO应变功率谱密度幅值/引力波灵敏度是依照文献[87]绘出, Big Bang Observer与DECIGO相近。AMIGO, b-AMIGO与e-AMIGO的应变功率谱密度幅值/引力波灵敏度按文献[106]绘出。DO的灵敏度曲线和e-AMIGO类同。

Super-ASTROD的惯传/加速度噪声要求同aASTROD-GW,其光学测长噪声亦同aASTROD-GW。



**图 28** (网络版彩图) LISA(上图)和Taiji(下图) X, A, E和T通道的平均灵敏度。T通道的灵敏度应臂长的变化而变,深彩色的部分对应400天内50%臂长较少的变化,深彩加浅彩色的部分对应400天内90%臂长的变化。短划线展示等臂长组态T通道的平均灵敏度[303,304]。图片来自文献[302]

**Figure 28** (Color online) The average sensitivities of TDI X, A, E, and T channels by considering the core noises and laser noise effect. The dark color areas show the best sensitivity in the 50% percentile of the first 400 days for X, A, and T channels, and the dark color together with the light color areas show the best sensitivity in 90% percentile. The sensitivities of T channels for equal-arm configuration are shown by dashed curves [303,304]. The figure is from ref. [302].

Super-ASTROD, aASTROD-GW和ASTROD-GW的最灵敏处( $\sim 100 \mu\text{Hz}$ 处)的往低频延长短划线是对惯传/加速度噪声要求去除了红因子 $[1+(0.1 \text{ mHz}/f)^2]^{1/2}$ 后之结果。

图12中的TianQin应变功率谱密度幅值/引力波灵敏度是依照文献[99]绘出。图12中的gLISA应变功率谱密度幅值/引力波灵敏度是依照文献[115–118]绘出。

## 9 空间引力波探测的科学目标

本节回顾和讨论中频(分赫兹)和低频(毫赫兹、微

赫兹)空间引力波探测任务提案和项目的科学目标<sup>[45,50,51,78,80,81,128]</sup>. LISA已于今年一月立项, 预订2035年发射. 未来十年有关科学目标和分析的更多研究对空间引力波探测任务的准备将是非常值得的.

## 9.1 致密双星

从天体物理上的双星演化和银河系结构的了解, 银河系大致由一千万组致密双星和多星引力波源, 大部分的引力波源仅贡献到引力波前景, 只有大约几万组可被毫赫兹空间引力波探测器LISA或Taiji/TianQin分辨, 探测到个别旋进与并合产生的引力波, 并可以此研究银河系的结构<sup>[45,49,51]</sup>. LISA和Taiji将分别探测到约10000个双白矮星双星, 其中大多数位于频段3–6 mHz(轨道周期约300–600 s)<sup>[45,49,51]</sup>. 这些波源属于正常Ia型超新星和特殊超新星前身的群体. 有关致密天体引力波并合的电磁对应体的综述, 请参见文献[305]. 在3–6 mHz频段, LISA/Taiji比微赫兹低频引力波探测任务概念ASTROD-GW、Folkner’s任务、LISAmax更敏感(图12). LISA/Taiji将先发射, 除了作为验证双星之外, 这些信号还可用作低频引力波探测任务的校准双星<sup>[306–308]</sup>.

在引力波频率低于几毫赫兹时, 约一千万个致密双星将形成LISA/Taiji和微赫兹低频引力波探测器的可探测前景<sup>[111,309–315]</sup>. 在这些频率下, 微赫兹低频引力波探测器比毫赫兹低频引力波探测器更敏感(图12). 更多引力波源将被分别探测到, 微赫兹低频引力波探测器将可以改进毫赫兹低频引力波探测器LISA和Taiji/TianQin的观测结果<sup>[111]</sup>.

地基引力波探测器已探测到双中子星并合和超百组恒星级质量黑洞并合. 从已有的观测推论出的分布密度, 期待毫赫兹低频引力波探测器将探测到数十到数百个含中子星、恒星级质量黑洞、或白矮星并合事件. 这些事件将会使我们进一步了解各类并合过程<sup>[51]</sup>.

1.9节、表1和图10在讨论毫赫兹低频引力波、中频引力波和高频引力波多波段观测仿真中, 说明了对恒星级质量黑洞并合的观测, 对宇宙模型参数和哈勃常数的测定精度可以达到甚至超越千分之一, 将大步推动对宇宙和暗能量的了解<sup>[107]</sup>.

## 9.2 大质量黑洞及其与星系的共同演化

天文界已经发现了大质量黑洞的质量和宿主星系

核球质量之间的关系, 以及大质量黑洞的质量和宿主星系速度弥散度之间的关系. 这些关系表明中心大质量黑洞与星系结构的演化有关. 观测证据表明, 大质量黑洞存在于大多数本星系群中. 新添加燃料的类星体可能来自两个富含气体巨大星系的大合并. 空间干涉仪在低频段(100 nHz–100 mHz)的引力波观测和脉冲星阵列在超低频段(300 pHz–100 nHz)的引力波观测将成为研究星系与大质量黑洞共同演化的主要工具.

大质量黑洞形成的标准理论是各种大质量黑洞双星旋进的并合树理论. 可以根据大质量黑洞双星的质量, 使用空间引力波探测器和脉冲星阵列来检测和探索来自这些大质量黑洞双星旋进的引力波, 直达宇宙距离. 尽管存在不同的并合树模型和带有种子黑洞的并合树模型, 但它们都预测了低频空间引力波探测器<sup>[49]</sup>(LISA/Taiji/TianQin和ASTROD-GW/Folkner’s空间任务/LISAmax)和脉冲星定时阵列<sup>[179,316–318]</sup>具有显著的探测率. PTA在300 pHz–100 nHz频率范围内最灵敏, LISA & Taiji/TianQin在3 mHz–0.1 Hz频率范围内最灵敏, 而微赫兹低频引力波探测器在100 nHz–3 mHz频率范围内最灵敏(图12–14, 文献[126]中的图2–4). 低频引力波探测器将能够直接观察大质量黑洞在星系形成的整个历史中如何形成、生长和相互作用. ASTROD-GW/LISAmax将在100 nHz–100  $\mu$ Hz频率范围内探测来自大质量黑洞双星合并的随机引力波背景. LISA/Taiji可探测 $10^5$ – $10^7 M_{\odot}$ 的双大质量黑洞源的旋进、并合和振荡以及 $10^4 M_{\odot}$ 大小的双黑洞源的旋进, 预期率为每年10–1000次<sup>[51]</sup>. 对于微赫兹低频引力波探测任务, 预计源数量相似, 但角解析度更好(参阅第10.3节), 引力波事件质量范围为 $10^5$ – $10^{10} M_{\odot}$ <sup>[81]</sup>. 这些观测结果对于研究具有大质量黑洞的星系的共同演化具有重要意义. 低频引力波探测任务的探测宇宙视界超过 $z \sim 20$ .

图12–14显示双大质量黑洞引力波源旋进、并合的一些例子在图上的轨迹. 黑线显示了各种等质量黑洞双星并合在不同红移的圆形轨道上发射的引力波旋进、并合和振荡: 实线,  $z=1$ ; 虚线,  $z=5$ ; 长虚线 $z=20$ . 图12中 $z=1$ 处的 $10^6 M_{\odot}$ – $10^6 M_{\odot}$ 双大质量黑洞并合、 $z=20$ 处的 $10^5 M_{\odot}$ – $10^5 M_{\odot}$ 双大质量黑洞并合以及 $z=20$ 处的 $10^4 M_{\odot}$ – $10^4 M_{\odot}$ 双大质量黑洞并合轨迹来自文献[319]; 其他通过缩放; 图13和14的对应曲线通过方程

(1)变换得到. 对于空间探测器双大质量黑洞并合事件具有高信噪比. 其中一些等质量( $10^2 M_{\odot}$ – $10^{10} M_{\odot}$ )圆形轨道事件显示如图12–14所示, 都是空间探测器的标的, 较低质量者可能处于未来地面探测器所能探测的先期阶段.

通过检测双大质量黑洞并合事件和其背景引力波, 可以推断出大质量黑洞的属性和分布, 并可以测试潜在的种群模型.

几十年来, 脉冲星阵列一直在收集数据, 以检测双大质量黑洞并合中的随机引力波背景. 在对双大质量黑洞随机引力波背景谱密度进行建模时, 许多研究者获得了方程(35)的频率属性, 脉冲星阵列最近的观测结果列于表6. 对各向同性随机背景方程(35)的模型, 基本上得到 $A_{yr} = 2.4_{-0.6}^{+0.7}$ 的结果, 在 $4\sigma$ 的不确定度之下证实了随机引力波在超低频段的存在. 这个结果和天体物理上的了解大致相合.

### 9.3 极端质量比旋进(EMRI)

极端质量比旋进是空间引力波探测器的引力波源. LISA/Taiji对中心大质量的质量敏感范围是 $10^4 M_{\odot}$ – $10^7 M_{\odot}$ . LISA/Taiji预期可检测的引力波事件可达千次至数千次<sup>[51]</sup>; ASTROD-GW类似或更多, 对较大的中心黑洞更具有较高的灵敏度, 并且具有更好的角分辨率(第10.3节).

### 9.4 测试相对论引力

毫赫兹低频引力波探测的一个重要科学目标是检验广义相对论并在强引力下精确研究黑洞物理<sup>[45,51]</sup>. 微赫兹低频引力波探测, 凭借在100 nHz–1 mHz频率范围内更高的精度, 将在许多方面进一步推动这一目标. 其中包括测试强场引力、克尔时空的精密探测以及测量/约束引力子的质量. 文献[320]中已经给出了一些考虑因素. 较低频率的灵敏度对于提高各种测试的精度具有重要意义<sup>[320]</sup>. 在这些方面的进一步研究将具有很大的价值.

### 9.5 暗能量和宇宙学

在暗能量问题中, 确定暗能量状态方程中 $w$ 的值非常重要,

$$w = p/\rho, \quad (67)$$

其中,  $w$ 为宇宙时的函数,  $p$ 是压力,  $\rho$ 是暗能量的密度. 作为暗能量的宇宙常数可写成 $w=-1$ . 从宇宙学观察来看, 我们的宇宙接近平坦. 在平坦的Friedman-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW)宇宙中, 亮度距离由下式给出:

$$d_L(z) = (1+z)(H_0)^{-1} \times \int_0^z dz' [\Omega_m(1+z')^3 + \Omega_{DE}(1+z')^{3(1+w)}]^{-\frac{1}{2}}, \quad (68)$$

其中,  $H_0$ 为哈勃常数,  $\Omega_{DE}$ 为当前暗能量密度参数, 暗能量 $w$ 的状态方程假设为常数. 在非常数 $w$ 和非平坦FLRW宇宙的情况下, 可以推导出类似但更复杂的表达式. 这里我们展示公式(68)用于说明过程. 根据观测到的亮度距离与红移 $z$ 的关系, 可以求解作为红移 $z$ 函数的状态方程参数 $w$ , 与各种宇宙学模型进行比较. 暗能量宇宙学模型可以通过这种方式进行测试. 超新星观测和伽马射线暴观测与红移观测的亮度距离是当前暗能量探测器的焦点. 引力波探测将可获得更精确的结果.

观测双大质量黑洞旋进和极端质量比旋进的空间引力波探测器是确定亮度距离的良好探测器. 连同红移由相关联星系或星系团的电磁观测确定, 这些空间引力波探测器也是暗能量探测器. 在星系共同演化过程里大质量黑洞的并合中, 产生的引力波形给出了精确的、经过引力校准的高红移的亮度距离. 这些双星的旋进信号可以作为标准蜡烛/汽笛<sup>[321,322]</sup>. 凭借更好的角分辨率(第10.3节), 微赫兹低频引力波探测将有更好的机会识别相关的电磁红移, 因此将更好地确定暗能量状态方程<sup>[80,81]</sup>.

### 9.6 原初(遗迹)引力波

为了直接探测原初(元初、暴胀、遗迹)引力波, 人们可以使用低于或高于LISA波段的频率<sup>[78,323]</sup>. 因其可能存在较少的前景天体物理源<sup>[324]</sup>来掩盖探测. DECIGO<sup>[84]</sup>和Big Bang Observer<sup>[85]</sup>寻找较高频率范围内的背景引力波, 而ASTROD-GW<sup>[78,323]</sup>则寻找较低频率范围内的背景引力波. 他们的仪器灵敏度目标在临界密度方面均达到 $10^{-17}$ . 主要问题是前景的大小以及前景是否可以区分开来.

图12左下角的直线对应于原初引力波背景 $\Omega_{gw} = 1 \times 10^{-16}$ 的宇宙微波极化背景上限. 对于ASTROD-GW,

当使用6-S/C编队进行随机引力波的相关检测时, 灵敏度可以达到该水平. 然而, 大质量黑洞引力波前景预期上限高于3-S/C ASTROD-GW灵敏度. 如果检测到该背景, 则在ASTROD-GW频段强度为 $\Omega_{\text{gw}}=10^{-16}-10^{-17}$ 的暴胀引力波的可检测性取决于来自该大质量黑洞引力波的“前景”是否能由不同的频率依赖性或其他特征而被6-S/C ASTROD-GW的探测分离<sup>[80]</sup>. 相关频段内其他潜在的引力波源, 例如宇宙弦和相变所产生的引力波等也值得一并探究, 可参见文献<sup>[50,51]</sup>.

## 10 基本轨道组态、角分辨率和多编队组态

在10.1节我们先讨论绕地轨道的组态. 10.2和10.3节综述基本的类LISA和ASTRO-GW轨道; 10.4和10.5节分别讨论它们的角分辨率和多编队轨道组态. 这些基本组态将在第11节用于这两类任务的数值设计和数值轨道优化.

### 10.1 绕地轨道的组态

这些轨道是远离月球轨道(内或外)的绕地球轨道. 欧米加(OMEGA)引力波探测任务<sup>[325,326]</sup>的轨道配置就是一个早期例子. 其于1998年作为候选MIDEX任务向NASA提出, 并于2011年再次作为任务概念白皮书提出. 任务由六个相同的航天器组成, 位于600000 km高的地球轨道上, 每个顶点有两个航天器, 近似等边三角形的形状. 这些轨道是稳定的, 允许进行三年的科学操作计划, 并且如果需要的话还可以进行延长的任务. 三角形的臂长约为100万公里(1 Gm). 任务编队位于月球轨道之外.

现今仍采用或可能选用绕地轨道组态并积极进行研究的太空任务概念有天琴、gLISA和B-DECIGO. AMIGO做过其轨道的研究<sup>[105]</sup>, 选择使用了绕日轨道. 有2个任务提案——GEOGRAWI<sup>[116]</sup>/gLISA<sup>[117]</sup>和GADFLI<sup>[118]</sup>使用对地球静止的轨道. 3艘航天器编队在地球静止轨道上运行, 形成近等边三角形, 臂长约7.3万公里. B-DECIGO尚未选定使用绕日轨道或是绕地轨道.

天琴是一个距地心100000 km轨道之引力波探测任务. 3个航天器形成一个近等边三角形, 臂长约17万公里, 绕地球轨道运行周期为44 h<sup>[99]</sup>.

随着地球绕日的运行, 有时, 太阳光会沿着望远镜

的视线照射进来. 当视线穿过太阳时, 需要遮阳罩; OMEGA<sup>[326]</sup>提出了一个解决方案, 也可能可以用于此类任务的其他任务. 天琴提议使用两组六个航天器每三个月轮流观测.

### 10.2 类LISA型的基本轨道组态

如图3所示, 基本类LISA型编队组态<sup>[38,45,289,327-332]</sup>的质心遵循围绕太阳半径为 $R$  ( $R=1$  AU)的圆形轨道. 由于航天器之间的距离(臂长) $L$ 远小于圆形轨道半径1 AU, 因此我们可以将航天器的轨道视为圆形轨道的摄动轨道. 其对编队中心(质心)的轨道方程称为Euler-Hill方程、Hill方程或Clohessy和Wiltshire方程. Hill在19世纪将这些方程用于月球理论的研究<sup>[333]</sup>. Clohessy和Wiltshire<sup>[334]</sup>在1957年空间时代开始后, 推导出并使用这些方程来设计1960年卫星交会的终端引导系统. Clohessy和Wiltshire使用编队质心绕日(或绕地)轨道的坐标系称为CW坐标系, 其原点位于圆形参考(构形中心)轨道上, 并且坐标系以与参考轨道旋转相同的角速度 $\Omega$ 旋转. 为了使扰动轨道与原点保持一阶( $O(\alpha)=O(L/(2R))$ )等距离并在CW坐标系中保持一阶静止, 通过计算扰动轨道与基准轨道的差值可知其轨道元素, 偏心率 $e$ 和倾角 $i$ , 必须要满足下列关系:

$$e = 3^{-1/2}i + O(\alpha), i = \varepsilon \equiv \alpha \equiv L / (2R). \quad (69)$$

形成边长或臂长为 $L(1+O(\alpha))$ 的近等边三角形构型的一种方法是要求轨道节点间隔 $120^\circ$ , 并选择近日点的真近点角和近日点幅角使得每个航天器在远日点时各自处于黄道上方(以北)的最大高度(第一组态); 另一种方法是使远日点位于黄道下方(以南)的最小高度(第二组态)<sup>[38]</sup>. 通过这些选择, 任务组态平面与黄道面成 $60^\circ$ , 与黄道面交会线相切于组态中心圆形轨道. 对于正方形组态, 只要求轨道节点间隔 $90^\circ$ 即可; 人们可以类似地构造任何正多边形配置或任何平面组态. 第一种组态顺时针旋转; 第二种逆时针旋转. 由此可以得出结论: CW坐标系中只有两个与参考轨道平面成 $\pm 60^\circ$ 夹角的平面, 其中航天器(测试粒子)服从CW方程, 绕原点进行刚性旋转, 角速度为 $-\Omega$ 和 $\Omega$ .

按照Dhurandhar等人<sup>[332]</sup>, 以及Wang和Ni<sup>[289]</sup>的方法, 可以写下类LISA型组态的三个航天器的基本轨道方程. 首先, X-Y平面上的任一椭圆的轨道方程如下:

$$X = R(\cos\psi + e), Y = R(1 - e^2)^{1/2} \sin\psi, \quad (70)$$

其中,  $R$  是椭圆的半长轴,  $e$  是偏心率,  $\psi$  是偏近点角.

定义  $\alpha$  为轨道配置的规划臂长  $L$  与绕太阳的平均地球轨道半径  $R$  (1 AU) 的两倍之比, 即  $\alpha=L/(2R)$ . 使用日心坐标系  $(X, Y, Z)$ , 并选择初始时间  $t_0$  作为儒略历中的特定纪元.  $X$  轴为春分方向. 定义一组航天器椭圆轨道为

$$\begin{aligned} X_f &= R(\cos\psi_f + e)\cos\varepsilon, \\ Y_f &= R(1-e^2)^{1/2}\sin\psi_f, \\ Z_f &= R(\cos\psi_f + e)\sin\varepsilon. \end{aligned} \quad (71)$$

对于 LISA (2.5 Gm 臂长),  $R=1$  AU;  $e=0.004811$ ;  $\varepsilon=0.008333$ . 偏近点角  $\psi_f$  与平近点角  $\Omega(t-t_0)$  的关系为

$$\psi_f + e\sin\psi_f = \Omega(t-t_0). \quad (72)$$

定义  $\Omega$  为  $2\pi/(\text{一个恒星年})$ . 偏近点角  $\psi_f$  可以通过数值迭代来求解. 即定义  $\psi_k$  由下式给出:

$$\psi_f + e\sin\psi_f = \Omega(t-t_0) - 120^\circ(k-1), \text{ for } k=1, 2, 3. \quad (73)$$

定义  $X_{fk}, Y_{fk}, Z_{fk}$  ( $k=1, 2, 3$ ) 为

$$\begin{aligned} X_{fk} &= R(\cos\psi_k + e)\cos\varepsilon, \\ Y_{fk} &= R(1-e^2)^{1/2}\sin\psi_k, \\ Z_{fk} &= R(\cos\psi_k + e)\sin\varepsilon. \end{aligned} \quad (74)$$

定义  $\varphi_0 \equiv \psi_E - 10^\circ$ , 其中  $\psi_E$  是  $t_0$  时地球相对于  $X$  轴的位置角. 定义  $X_{f(k)}, Y_{f(k)}, Z_{f(k)}$  ( $k=1, 2, 3$ ), 即  $X_{f(1)}, Y_{f(1)}, Z_{f(1)}$ ;  $X_{f(2)}, Y_{f(2)}, Z_{f(2)}$ ;  $X_{f(3)}, Y_{f(3)}, Z_{f(3)}$  为

$$\begin{aligned} X_{f(k)} &= X_{fk}\cos[120^\circ(k-1)+\varphi_0] - Y_{fk}\sin[120^\circ(k-1)+\varphi_0], \\ Y_{f(k)} &= X_{fk}\sin[120^\circ(k-1)+\varphi_0] - Y_{fk}\cos[120^\circ(k-1)+\varphi_0], \\ Z_{f(k)} &= Z_{fk}. \end{aligned} \quad (75)$$

三个 S/C 的基本轨道(对于一体中心问题)是

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{S/C1} &= (X_{f(1)}, Y_{f(1)}, Z_{f(1)}), \\ \mathbf{R}_{S/C2} &= (X_{f(2)}, Y_{f(2)}, Z_{f(2)}), \\ \mathbf{R}_{S/C3} &= (X_{f(3)}, Y_{f(3)}, Z_{f(3)}). \end{aligned} \quad (76)$$

LISA 和 Taiji 均是在距太阳平均 1 AU 轨道上的类 LISA 型的空间任务, 初始设计位置可以通过选择  $t=t_0$  来获得, 初始设计速度可以通过计算  $t=t_0$  处时间的位置导数来获得. 例如, 选择了  $t_0=JD2461853.0$  (2028 年 3 月 22 日 12:00:00), 则 LISA 的三艘航天器于此时在 J2000.0 太阳系质心地球平赤道春分点坐标的初始设计组态(位置和速度)可如此计算, 再经第 11 节的臂长

及速度的优化过程后的最终设计组态列表于表 8 的第三列(来自文献[145]的表 4). 而 Taiji 的三艘航天器于此时在 J2000.0 太阳系质心地球平赤道春分点坐标的初始设计组态(位置和速度)可如此计算列表于表 9 的第三列(来自文献[145]的表 3). 从这些初始条件开始, 可以如第 11.2 节中所示, 使用行星和月球星历表来数字设计和优化轨道组态, 优化后的最终航天器初始状态栏列表于表 4 第五列. 对于不同时期的其他选择(例如, 在 2036 年接近 Taiji 计划到达科学轨道的时期), 方法是相同的.

### 10.3 ASTROD-GW 的基本轨道组态

ASTROD-GW 的基本构型由三艘航天器组成, 分别位于日地拉格朗日点 L3, L4 和 L5 附近, 绕太阳运行近圆形轨道, 形成近等边三角形, 如图 4 所示, 三个臂长均约为  $2.6 \times 10^8$  km (1.732 AU)<sup>[76-81]</sup>. 在地-日-航天器系统的受限三体问题中, 航天器上的主导力来自太阳. 由于地球-太阳轨道是椭圆形的, 因此拉格朗日点在地

**表 8** LISA 空间任务标称臂长为 2.5 Gm 的三个航天器于儒略纪元 JD2461853.0 (2028 年 3 月 22 日 12:00:00) 在 J2000 赤道(地球平赤道和春分点)太阳系质心坐标系中的最终优化后之初始条件<sup>[145]</sup>

**Table 8** Initial conditions of three S/C for optimized LISA with arm length 2.5 Gm at epoch JD2461853.0 (2028-Mar-22<sup>nd</sup> 12:00:00) in J2000 equatorial (Earth mean equator and equinox) solar-system-barycentric coordinate system [145]

		优化后的最终 航天器初始状态
S/C1 位置 (AU)	$X$	-9.342355891858E-01
	$Y$	3.222027047288E-01
	$Z$	1.415510473840E-01
S/C1 速度 (AU/d)	$V_x$	-6.020533666442E-03
	$V_y$	-1.471303796371E-02
	$V_z$	-6.532104563056E-03
S/C2 位置 (AU)	$X$	-9.422917194822E-01
	$Y$	3.075956329521E-01
	$Z$	1.403200701890E-01
S/C2 速度 (AU/d)	$V_x$	-5.875601408922E-03
	$V_y$	-1.480936170059E-02
	$V_z$	-6.319195852807E-03
S/C3 位置 (AU)	$X$	-9.335382669969E-01
	$Y$	3.132742531958E-01
	$Z$	1.273476800288E-01
S/C3 速度 (AU/d)	$V_x$	-5.949351791423E-03
	$V_y$	-1.490443611747E-02
	$V_z$	-6.410590762560E-03

**表 9** Taiji空间任务标称臂长为3 Gm的三个S/C于儒略纪元JD2461853.0 (2028年3月22日12:00:00)在J2000太阳中心赤道(地球平赤道和春分点)坐标系中的初始状态(条件)之最初选取值(第三列)和最终优化后值(第五列)<sup>[145]</sup>**Table 9** Initial states (conditions) of three S/C of Taiji at epoch JD2461853.0 (2028-Mar-22nd 12:00:00) for our initial choice (third column) and after optimizations (fifth column) in the J2000 equatorial (Earth mean equator and equinox) solar-system-barycentric coordinate system <sup>[145]</sup>

		最初选取的航天器初始状态		优化后的最终航天器初始状态	
S/C1位置 (AU)	$X$	-9.337345684115E-01	→	-9.337343160303E-01	
	$Y$	3.237549276553E-01		3.237548395220E-01	
	$Z$	1.426066025785E-01		1.426065637750E-01	
S/C1速度 (AU/d)	$V_x$	-6.034814754038E-03	→	-6.034814754038E-03	
	$V_y$	-1.469355864558E-02		-1.469355864558E-02	
	$V_z$	-6.554198841518E-03		-6.554198841518E-03	
S/C2位置 (AU)	$X$	-9.433977273640E-01	→	-9.433977273640E-01	
	$Y$	3.062344469040E-01		3.062344469040E-01	
	$Z$	1.411270887844E-01		1.411270887844E-01	
S/C2速度 (AU/d)	$V_x$	-5.861017364349E-03	→	-5.861017364349E-03	
	$V_y$	-1.480919323217E-02		-1.480919323217E-02	
	$V_z$	-6.298978166673E-03		-6.298978166673E-03	
S/C3位置 (AU)	$X$	-9.328957809408E-01	→	-9.328957809408E-01	
	$Y$	3.130424089270E-01		3.130424089270E-01	
	$Z$	1.255542247698E-01		1.255542247698E-01	
S/C3速度 (AU/d)	$V_x$	-5.949486480991E-03	→	-5.949486480991E-03	
	$V_y$	-1.492350292755E-02		-1.492350292755E-02	
	$V_z$	-6.408454202380E-03		-6.408454202380E-03	

球-太阳旋转框架中并不是静止的。L3, L4和L5处测试粒子的运动偏离圆形轨道约 $O(e)$ 的大小, 其中 $e$  ( $=0.0167$ )是地球绕太阳轨道的偏心率。然而, 航天器可以处于各个拉格朗日点的晕轨道中, 很大程度上补偿了拉格朗日点的非静止运动, 以保持接近太阳的圆形轨道。L3, L4, L5点附近航天器的圆轨道在20年内稳定或基本稳定(它们的轨道相对于各自的拉格朗日点也是稳定或准稳定的, 因此其各自拉格朗日点与圆轨道的偏差中的数量级为 $O(e^2)$  AU), 航天器三角形与等边三角形的偏差为臂长中的 $O(e^2)$ 数量级。对于非进动平面结构, 角分辨率具有面对映模糊性。为了解决这个问题, 我们需要使进动轨道相对于黄道倾斜。当航天器轨道相对于黄道面的倾角 $\lambda$ (以弧度为单位)较小时, 臂长变化约为 $O(\lambda^2)$ 量级。因此, 由于这两个原因而增加的变化量级为 $O(e^2, \lambda^2)$ 。为了使这两个原因匹配(达到 $O(10^{-4})$ ),  $\lambda$ 的数量级应为 $O(1^\circ)$ 。本节导出太阳引力场中编队的倾斜解析轨道, 并估计了角分辨率以及如何解除对映模糊度。在第11节中, 我们将使用太阳系星历来设计和优化轨道配置, 并将看到除地球之外的所有行星的扰动均为 $O(10^{-4})$ 量级。由于L3, L4和L5点在20年内实际上是稳定的, 已经考虑了地球的影响。

因此, 合适的倾斜圆形轨道可以作为我们的基本轨道, 与实际优化轨道的偏差应该在 $O(10^{-4})$ 的数量级。

对于Super-ASTROD<sup>[83]</sup>, 我们还可以将3个与木星太阳轨道平面倾斜角较小的航天器放置在太阳-木星L3, L4和L5点附近, 而另外1或2个航天器具有大倾角。

对于ASTROD-EM<sup>[105]</sup>, 3个航天器将放置在地月附近的L3, L4和L5点。对于航天器动力学, 我们求解有限的四体(地球、月球、太阳和引力场可以忽略的航天器)问题。结果并不理想。

在最初的方案中, ASTROD-GW的轨道选择在黄道面上, 倾角 $\lambda=0$ 。对引力波源在天球上的角分辨率具有黄道面映像对偶不确定性。并且尽管在大部分天区上分辨率都很好, 但在黄道两极附近分辨率很差。2010年后, 我们将ASTROD-GW的基本轨道设计为小倾角, 以解决这些问题, 同时将臂长的变化保持在 $O(10^{-4})$ 的范围内<sup>[80,81]</sup>。

按文献[80,81], 基本想法是, 如果ASTROD-GW航天器的轨道以小角度 $\lambda$ 倾斜, 则适当设计的干涉平面也以类似的角度倾斜, 当ASTROD-GW编队(组态)演化时, 可以设计干涉平面在黄道上进(摄)动。这样, 在极区附近和远离极地区域的引力波源的角位置的分辨都

不会有映像对偶不确定性, 在极区附近的角分辨也不会很差(见下一小节), 并且在测量太阳和银河的引力磁时也会有半年的调制效应, 利于测定太阳和银河角动量.

以下回顾对黄道面倾斜的ASTROD-GW航天器轨道组成的编队(组态)之推导. 首先考虑球坐标 $(r, \theta, \varphi)$ 下牛顿引力中心问题(单体中心问题)中航天器的圆形轨道:

$$r = a, \theta = 90^\circ, \varphi = \omega t + \varphi_0, \quad (77)$$

其中,  $a, \omega$ 和 $\varphi_0$ 是常数. 对于本次讨论中的航天器, 我们有

$a=1$  AU,  $\omega=2\pi/T_0$ ,  $T_0=1$ 恒星年,  $\varphi_0$ 是所考虑坐标中的初始相位. 对于Super-ASTROD航天器,  $a=5$  AU,  $\omega=2\pi/T_0$ ,  $T_0=11$ 恒星年; 对 $\mu$ Aries航天器 $a$ =火星轨道半径,  $\omega=2\pi/T_0$ ,  $T_0$ =火星年. 笛卡尔坐标系中 $t$ 时刻的航天器轨道为

$$\begin{aligned} x &= a \cos \varphi = a \cos(\omega t + \varphi_0); \\ y &= a \sin \varphi = a \sin(\omega t + \varphi_0); z = 0. \end{aligned} \quad (78)$$

现在将该轨道变换为倾角 $\lambda$ 的轨道, 并使轨道平面与 $xy$ 平面(黄道)的交点位于 $xy$ 平面中的直线 $\varphi=\Phi_0$ 处. 主动变换矩阵是

$$\mathbf{R}(\lambda; \Phi_0) = \begin{bmatrix} \cos^2 \Phi_0 + \sin^2 \Phi_0 \cos \lambda & \sin \Phi_0 \cos \Phi_0 (1 - \cos \lambda) & \sin \Phi_0 \sin \lambda \\ \sin \Phi_0 \cos \Phi_0 (1 - \cos \lambda) & \sin^2 \Phi_0 + \cos^2 \Phi_0 \cos \lambda & -\cos \Phi_0 \sin \lambda \\ -\sin \Phi_0 \sin \lambda & \cos \Phi_0 \sin \lambda & \cos \lambda \end{bmatrix}. \quad (79)$$

新的航天器轨道是

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a[1 - \sin^2 \Phi_0 (1 - \cos \lambda)] \cos \varphi + a \sin \Phi_0 \cos \Phi_0 (1 - \cos \lambda) \sin \varphi \\ a \cos \Phi_0 \sin \Phi_0 (1 - \cos \lambda) \cos \varphi + a[1 - \cos^2 \Phi_0 (1 - \cos \lambda)] \sin \varphi \\ -a \sin \Phi_0 \sin \lambda \cos \varphi + a \cos \Phi_0 \sin \lambda \sin \varphi \end{pmatrix}. \quad (80)$$

对于倾角为 $\lambda$ (以弧度为单位)的三个轨道, 选择

$$\begin{aligned} \text{S/C I} : \Phi_0(\text{I}) &= 270^\circ, \varphi_0(\text{I}) = 0^\circ; \\ \text{S/C II} : \Phi_0(\text{II}) &= 150^\circ, \varphi_0(\text{II}) = 120^\circ; \\ \text{S/C III} : \Phi_0(\text{III}) &= 30^\circ, \varphi_0(\text{III}) = 240^\circ. \end{aligned} \quad (81)$$

定义

$$\xi \equiv 1 - \cos \lambda = 0.5\lambda^2 + \mathcal{O}(\lambda^4), \quad (82)$$

从方程(80)和(81), 得到

(i) S/C I的轨道

$$\begin{pmatrix} x^{\text{I}} \\ y^{\text{I}} \\ z^{\text{I}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \cos \omega t - \xi a \cos \omega t \\ a \sin \omega t \\ a \cos \omega t \sin \lambda \end{pmatrix}. \quad (83)$$

(ii) S/C II轨道

$$\begin{pmatrix} x^{\text{II}} \\ y^{\text{II}} \\ z^{\text{II}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a[(-1/2)\cos \omega t - (\sqrt{3}/2)\sin \omega t] + (a/2)\xi[(3^{1/2}/2)\sin \omega t - (1/2)\cos \omega t] \\ a[(-1/2)\sin \omega t + (3^{1/2}/2)\cos \omega t] + (3^{1/2}/2)a\xi[(3^{1/2}/2)\sin \omega t - (1/2)\cos \omega t] \\ a \sin \lambda [(3^{1/2}/2)\sin \omega t - (1/2)\cos \omega t] \end{pmatrix}. \quad (84)$$

(iii) S/C III轨道

$$\begin{pmatrix} x^{\text{III}} \\ y^{\text{III}} \\ z^{\text{III}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a[(-1/2)\cos \omega t + (3^{1/2}/2)\sin \omega t] + (a/2)\xi[(3^{1/2}/2)\sin \omega t - (1/2)\cos \omega t] \\ a[(-1/2)\sin \omega t - (3^{1/2}/2)\cos \omega t] - (3^{1/2}/2)a\xi[(-3^{1/2}/2)\sin \omega t - (1/2)\cos \omega t] \\ a \sin \lambda [(-3^{1/2}/2)\sin \omega t - (1/2)\cos \omega t] \end{pmatrix}. \quad (85)$$

一致性的检查: 可从计算容易得到 $[(x^I)^2+(y^I)^2+(z^I)^2]^{1/2}=[(x^{II})^2+(y^{II})^2+(z^{II})^2]^{1/2}=[(x^{III})^2+(y^{III})^2+(z^{III})^2]^{1/2}=a$ .

计算臂长向量 $\mathbf{V}_{II-I}=\mathbf{r}^{II}-\mathbf{r}^I$ ,  $\mathbf{V}_{III-II}=\mathbf{r}^{III}-\mathbf{r}^{II}$ 和 $\mathbf{V}_{I-III}=\mathbf{r}^I-\mathbf{r}^{III}$ :

$$\mathbf{V}_{II-I} = \begin{pmatrix} a[-(3/2)\cos\omega t - (3^{1/2}/2)\sin\omega t] + a\zeta[(3^{1/2}/4)\sin\omega t + (3/4)\cos\omega t] \\ a[-(3/2)\sin\omega t + (3^{1/2}/2)\cos\omega t] + a\zeta[(3/4)\sin\omega t - (3^{1/2}/4)\cos\omega t] \\ a\sin\lambda[(3^{1/2}/2)\sin\omega t - (3/2)\cos\omega t] \end{pmatrix}, \quad (86)$$

$$\mathbf{V}_{III-II} = \begin{pmatrix} 3^{1/2}a\sin\omega t - (3^{1/2}/2)a\zeta\sin\omega t \\ -3^{1/2}a\cos\omega t + (3^{1/2}/2)a\zeta\cos\omega t \\ -3^{1/2}a\sin\lambda\sin\omega t \end{pmatrix}, \quad (87)$$

$$\mathbf{V}_{I-III} = \begin{pmatrix} a[(3/2)\cos\omega t - (3^{1/2}/2)\sin\omega t] + a\zeta[(3^{1/2}/4)\sin\omega t - (3/4)\cos\omega t] \\ a[(3/2)\sin\omega t + (3^{1/2}/2)\cos\omega t] + a\zeta[-(3/4)\sin\omega t - (3^{1/2}/4)\cos\omega t] \\ a\sin\lambda[(3^{1/2}/2)\sin\omega t + (3/2)\cos\omega t] \end{pmatrix}, \quad (88)$$

闭合关系 $\mathbf{V}_{II-I}+\mathbf{V}_{III-II}+\mathbf{V}_{I-III}=\mathbf{0}$ 成立, 进一步验证了计算. 计算臂长得到

$$\begin{aligned} |\mathbf{V}_{II-I}| &= 3^{1/2}a[(1-\zeta/2)^2 + \sin^2\lambda\sin^2(\omega t - 60^\circ)]^{1/2}, \\ |\mathbf{V}_{III-II}| &= 3^{1/2}a[(1-\zeta/2)^2 + \sin^2\lambda\sin^2(\omega t)]^{1/2}, \\ |\mathbf{V}_{I-III}| &= 3^{1/2}a[(1-\zeta/2)^2 + \sin^2\lambda\sin^2(\omega t + 60^\circ)]^{1/2}. \end{aligned} \quad (89)$$

分数臂长变化在 $(1/2)\sin^2\lambda$ 范围内, 对于 $1^\circ$ 左右的 $\lambda$ 此变化约为 $10^{-4}$ .

叉积向量 $\mathbf{N}(t)\equiv\mathbf{V}_{III-II}\times\mathbf{V}_{I-III}$ 垂直于轨道组态平面, 具有以下分量:

$$\mathbf{N} = [(3^{3/2}/2)(1-\zeta/2)a^2] \begin{pmatrix} -\sin\lambda\cos 2\omega t \\ -\sin\lambda\sin 2\omega t \\ (1-\zeta/2) \end{pmatrix}. \quad (90)$$

则归一化单位法向量 $\mathbf{n}$ 为

$$\mathbf{n} = [\sin^2\lambda + (1-\zeta/2)^2]^{1/2} \begin{pmatrix} -\sin\lambda\cos 2\omega t \\ -\sin\lambda\sin 2\omega t \\ (1-\zeta/2) \end{pmatrix}. \quad (91)$$

ASTROD-GW航天器编队(组态)的几何中心 $\mathbf{V}_c$ 为

$$\mathbf{V}_c = \begin{pmatrix} -(1/2)\zeta a\cos\omega t \\ (1/2)\zeta a\sin\omega t \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (92)$$

ASTROD-GW配置中有3组2臂干涉仪. 这3个干涉仪的几何中心距太阳约0.25个天文单位. 文献中[82]考

虑了行星扰动, 利用行星历表对倾角为 $0.5^\circ$ ,  $1^\circ$ ,  $1.5^\circ$ ,  $2^\circ$ ,  $2.5^\circ$ 和 $3^\circ$ 的轨道组态进行了数值模拟和优化. 在第11.3节中以倾角 $1^\circ$ 的轨道组态为例进行说明. 当LISA组态绕太阳运行时, 对可长期观测的引力波源而言, 相当于分布在1个AU轨道上的多个探测器阵列. ASTROD-GW组态虽已经延伸达到1.73 AU, 当ASTROD-GW绕太阳运行时, 也相当于分布在1个AU轨道上的多个探测器阵列.

#### 10.4 角度分辨率

考虑相干引力波源的角分辨率. 首先以LISA方案为例. LISA的探测器组态在其绕太阳轨道上的年变化引起方位角的调制幅度为 $2\pi$  rad、倾角的调制幅度为1.05 rad ( $60^\circ$ ), 使得天线(对平面波)相应模式在一年内扫过天空一圈. 天线响应不是各向同性的, 但LISA引力波探测器对单频引力波源的一年平均线性角分辨率在所有方向上相差不到3倍<sup>[45]</sup>. 对于所有类LISA型引力波探测器也是如此. 角分辨率基本上与应变信噪比的倒数成正比. 如果LISA的倾角为 $0.017-0.052$  rad ( $1^\circ-3^\circ$ ), 则极分辨率会恶化30-10倍(大约为1.05 rad的正弦与 $0.03-0.1$  rad的正弦之比); 天球中的立体角定位将因该因子的平方而恶化. 远离极地区域( $\theta \gg 0.017-0.052$  rad), 天球中的球面度定位将为 $\sin^2\theta$ . 如果信噪比降低 $p$ 倍, 则线性角分辨率会恶化 $p$ 倍. 与LISA相比, ASTROD-GW在1 mHz以上的灵敏度较低, 因此

这两个因素都会使角分辨率变差. 在100 nHz–1 mHz区域, ASTROD-GW比LISA具有更好的灵敏度, 大部分是104倍. 因此, 极区的角分辨率与LISA相似, 而在其他天区, 线性分辨率大约提高了 $104 \times \sin\theta$  (提升了104倍, 但立体角降低了 $\sin^2\theta$  (线性角分辨率降低 $\sin\theta$ )). 尽管对配置倾角 $\lambda$ 有轻微依赖性, 但在3倍以内, 远离极地区域的ASTROD-GW的平均天线方向图比LISA好 $52 \times \sin\theta$ 倍. 由于ASTROD-GW的天线方向图在半年内扫过整个天空, 从公式(91)可以看出, 平均时间需要的是半年而不是一年<sup>[80,81]</sup>.

对于更复杂的源, 例如来自双黑洞的啁啾引力波源, 需要进行拟合以获得参数的准确性. 然而, 参数精度的趋势是相同的: 对于类似的情况, 它与应变信噪比的倒数成正比.

对于Super-ASTROD, 在低频区域应变信噪比甚至比ASTROD-GW好5倍, 因此角分辨率也好5倍. 对于极分辨率, 可以应用ASTROD倾角策略. 然而, 由于Super-ASTROD在离黄道轨道上有1或2个S/C, 因此可能不需要. 对于ASTROD-EM, 由于月球轨道与黄道倾斜约 $5^\circ$ , 交点进动周期为18.61回归年, 地月拉格朗日点也一起进动. 根据任务的时间和持续时间, 可能需要也可能不需要使用稍微倾斜的轨道<sup>[105]</sup>.

大多数地球轨道引力波任务都存在偶极模糊, 极地分辨率较差. 然而, 这并不是一个大问题, 因为我们只需要考虑两个极性来识别电磁对应体, 并且极地区域只是天空的一小部分.

## 10.5 六/十二航天器编队

为了利用相关探测来探测遗迹引力波, Big Bang Observer<sup>[85]</sup>和DECIGO44<sup>[84]</sup>提案将12艘航天器分布在地球轨道上, 分成3组, 在轨道上间隔 $120^\circ$ ; 有两组有3艘航天器, 每艘航天器呈类似LISA的三角形排列, 第三组有6艘航天器, 有两个类似LISA的三角形, 形成星形结构(图6). 另一种配置是每组有4艘航天器, 形成近似正方形的配置(也相对于黄道面倾斜 $60^\circ$ , 图6).

为了更灵敏地检测背景或遗迹引力波, ASTROD-GW需要使用2组三角形阵列(即6-S/C星座)进行相关检测. 第二个近三角形编队可以再次分别放置在L3, L4, L5附近, 但对于相应的S/C, 与第一个编队相距 $1 \times 10^6 - 5 \times 10^6$  km<sup>[81]</sup>.

## 11 使用星历进行的轨道设计和轨道优化

尽管太阳在太阳系中占主导地位, 但还有其他行星和天体影响航天器轨道, 特别是木星、金星和地球. 星历表是轨道设计的必备要件. 目前, 太阳系有3个完整的基本星历表——DE星历表(Development Ephemerides)<sup>[24]</sup>、EPM星历表(Ephemerides of Planets and Moon)<sup>[25]</sup>和INPOP星历表(Intégrateur Numérique Planétaire de l'Observatoire de Paris)<sup>[26]</sup>. 这3个星历表中的任何一个均可用于轨道设计和轨道优化. 为了便于数值处理, 我们通常使用CGC (Center for Gravitation and Cosmology)星历框架, 结合从DE星历在某个历元获取的初始条件, 以后牛顿近似进行演化.

### 11.1 CGC星历

1998年, 我们开始对ASTROD进行轨道模拟和参数确定<sup>[335,336]</sup>. 我们编制了一个太阳系后牛顿星历表, 包括太阳四极矩、八颗行星、冥王星、月球和3个最大的小行星, 将这份工作星历表称为CGC 1. 我们使用该星历作为基础并添加随机项来模拟噪声, 生成模拟测距数据, 对ASTROD任务使用卡尔曼滤波方法来决定1050天的拟合能测得的相对论性引力参数和太阳系参数的准确度.

为了更好地评估测量G/G的准确性, 还需要监测其他小行星的质量. 为此, 我们考虑了所有已知的492颗直径大于65 km的小行星, 以获得改进的星历框架——CGC 2, 并计算了这492颗小行星对ASTROD航天器造成的扰动<sup>[337,338]</sup>.

在构建CGC星历框架时, 我们使用Brumberg书<sup>[339]</sup>中导出的具有参数 $\beta$ 和 $\gamma$ 之参数化后牛顿PPN (Parametrized Post-Newtonian)架构及其太阳系质心度规和运动方程(其中规范参数 $\alpha$ 设置为零). 这些方程用于构建八颗行星、冥王星、月球和太阳的数值星历表(PPN参数 $\gamma=\beta=1$ , 太阳四极矩参数 $J_2=2 \times 10^{-7}$ ). 2005年6月10日0:00时刻的初始位置和初始速度取自DE403星历. 采用4阶龙格-库塔法求解演化, 步长 $h=0.01$ 天. 在文献<sup>[336]</sup>中, 11体演化扩展到14体, 包括3颗最大的小行星谷神星、智神星和灶神星(CGIC 1星历). 由于太阳四极矩轴与椭圆面垂线的倾斜很小( $7^\circ$ ), 在CGC 1星历中, 我们忽略了这个倾斜. 在CGC 2星历中, 我们添加

了额外489个小行星的扰动.

在对ASTROD-GW轨道的第一次优化中<sup>[340-342]</sup>, 我们使用了CGC 2.5星历表, 其中只考虑3个最大的小行星, 但添加了地球的进动和章动; 考虑了太阳二次带谐和地球二次至四次带谐. 在后面的模拟中, 我们添加了额外的349颗小行星的摄动, 并将其称为CGC 2.7星历<sup>[289-291]</sup>. 从JD2461944.0 (2028年6月21日12:00:00)开始的3700天内, 地球与DE405相比轨道演化的差异如文献[81]中图5所示. 地日径向距离的差异小于约200 m. 其他内行星的差异较小. 地球的纬度和经度差异小于1 mas.

## 11.2 LISA和Taiji的数值轨道设计和轨道优化

LISA的任务轨道编队配置如图3所示. 其臂长首先选择5 Gm, 后因可能的预算来源不足, 改为1 Gm, LISA探路者完全达标后, 改成2.5 Gm, 于2024年1月25日立项定案. 三艘航天器中的三个臂长必须保持尽量相等, 且两艘航天器之间的都普勒速度必须小于10 m/s. 各种之前的工作中已对LISA不同臂长的轨道配置进行了分析和数值研究<sup>[327-332]</sup>. 对于类LISA空间引力波探测任务, 我们遵循Dhurandhar等人<sup>[332]</sup>的分析

程序在10.2节进行初始选择. 通过这个轨道选择, 使用CGC星历对求出数值轨道进行数值优化, 就像我们对ASTROD-GW轨道设计所做的那样(见11.3节). 最终优化后的LISA初始条件列于表3的第3列. 最终优化后的Taiji初始条件列于表4的第5列; 图29展示优化后的S/C配置在2200天内臂长、视线方向速度、两臂之间的夹角以及S/C与地球对向太阳的夹角的变化.

## 11.3 ASTROD-GW的轨道优化

ASTROD-GW任务轨道优化的目标是尽可能使ASTROD-GW编队的三个臂长相等, 并降低三对航天器之间的相对视线速度. 在我们的第一次优化中, 任务科学部分的开始时间选择为2025年6月21日中午(JD2460848.0), 并且使用CGC 2.5星历进行优化, 为期3700天<sup>[340-342]</sup>. 任务的准备时间可能会更长, 并且有可能延长任务使用寿命超过10年. 在后期的优化中<sup>[290,291,343]</sup>, 我们从2028年6月21日中午开始(JD2461944.0)并使用CGC 2.7星历进行20年的优化, 其中包括比CGC 2.5更多的小行星. 在这两种优化中, 轨道组态都设置在黄道面内, 倾角 $\lambda=0$ . 随着ASTROD-GW的基本组态变为倾斜进动轨道组态, 我们重新设计和优化了轨道组态. 轨

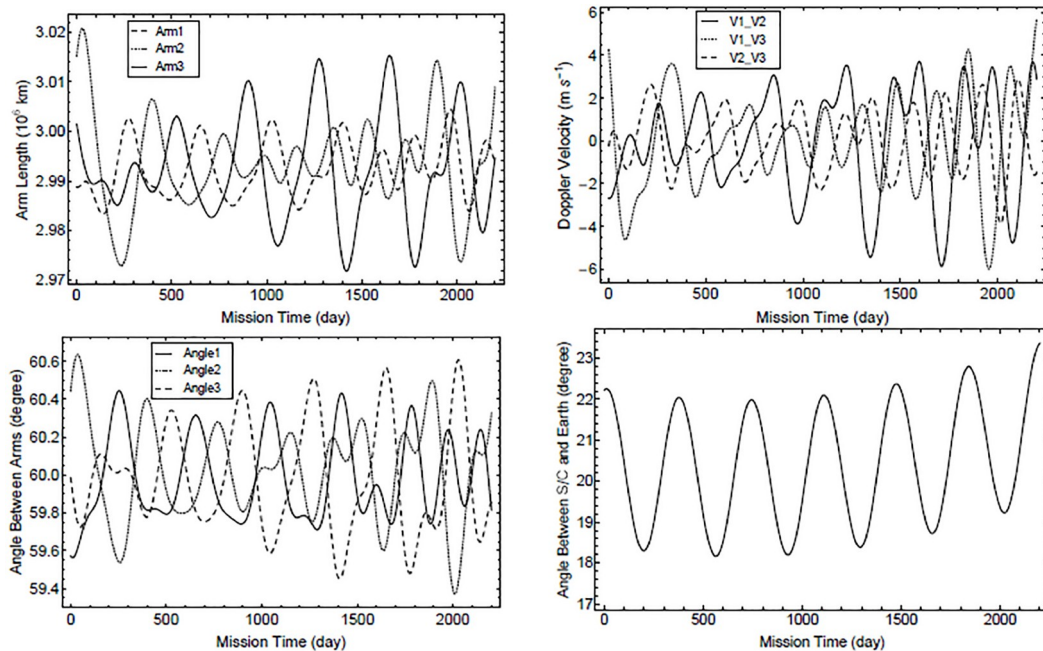


图 29 初始条件如表9第5列所示(最终优化后)的S/C配置在2200天内臂长、视线方向速度、编队夹角以及S/C配置质心与地球对向太阳的夹角的变化

Figure 29 Variations of the arm lengths, velocities in the line-of-sight direction, formation angles and angle between barycenter of the S/Cs and Earth in 2200 d for the Taiji S/C configuration with initial conditions given in column 5 (after optimization) of Table 9.

道组态从2035年6月21日中午开始(JD2464500.0), 使用CGC 2.7.1星历表, 为期10年, 倾角为 $0.5^\circ$ ,  $1^\circ$ ,  $1.5^\circ$ ,  $2^\circ$ ,  $2.5^\circ$ 和 $3^\circ$ [82].

在本节中, 我们按照文献[82]说明进动轨道编队(组态)的设计和优化方法, 使用CGC 2.7.1, 以倾角为 $1^\circ$ 的情况为例. CGC 2.7.1和CGC 2.7之间的差异在第11.3.1节中详细介绍. 在第11.3.2节中, 我们回顾了如何获得航天器初始条件的初始选择作为数值优化的起点. 在11.3.3节中, 我们讨论优化方法、表列优化结果并图示轨道优化后的特征.

### 11.3.1 CGC 2.7.1星历

在CGC 2.7.1星历框架中, 除了谷神星、智神星和灶神星之外, 我们还从Lowell数据库中选取了340颗小行星. 340颗小行星的质量由Lowell数据[344]给出, 而不是根据CGC 2.7[288,289,291]中的分类估计之质量. 这些小行星的轨道元素也从Lowell数据库更新.

从2035年6月21日开始的10年期间, CGC 2.7.1和DE430计算的地球日心距离差异在150 m以内, 经度和纬度差异分别在1.4和0.45 mas以内. 这些差异不影响我们的TDI计算结果.

### 11.3.2 航天器初始条件的初步选择

地球赤经R.A.在JD2464500时刻(2035年6月21日12:00:00) DE 430星历中的值为 $17^h57^m45.09^s$ , 即 $269.438^\circ$ . 三个航天器的初始位置通过在方程(81)中选择 $\omega t$ 为 $89.44^\circ$ (对于 $\varphi=\omega t+\varphi_0$ )来获得. 初始速度是通过从方程(80)计算 $r$ 的导数得出的. 拉格朗日点L3附近的S/C1在地球视线范围内有部分轨道被太阳遮挡(图30上图). 它会阻碍与地球站的通信. 为了避免遮挡, 我们将此实例(轨道面倾角 $1.0^\circ$ )的初始角度 $\Phi_0$ 和 $\varphi_0$ 向前旋转 $2.0^\circ$ . S/C1轨道则如图30下图所示. 这种情况下3个S/C的初始状态的初始选择列于表10的第3列.

### 11.3.3 优化方法与优化后特征

我们的优化方法是修改初始速度和初始日心距离, 以达到: (i) 尽可能均衡ASTROD-GW编队的三个臂长; (ii) 降低三对航天器之间的相对多普勒速度的目的, 越多越好.

在实际优化过程中, 我们使用以下方程来修改轨

道的平均周期:

$$V_{\text{new}} = V_{\text{prev}} + \Delta V \approx [1 - (1/3)(\Delta T / T)] V_{\text{prev}}. \quad (93)$$

对于倾角为 $1^\circ$ 的情况, 我们使用CGC 2.7.1星历表计算了表10第3列中列出的初始条件的初始选择的3个航天器轨道. 3个S/C的10年平均周期分别为365.256天(S/C1)、365.267天(S/C2)和365.266天(S/C3). 我们利用公式(93)改变初始速度, 使S/C1, S/C2和S/C3的平均周期分别调整为365.255, 365.257和365.257天. 此步骤后的初始条件列于表10的第4列中. 在下一步中, 我们使用以下方程将S/C偏心率修整为接近圆形:

$$\begin{aligned} R_{\text{new}} &= R_{\text{prev}} + \Delta R \approx (1 + \Delta R / R) R_{\text{prev}}, \\ V_{\text{new}} &= V_{\text{prev}} + \Delta V \approx (1 - \Delta R / R) V_{\text{prev}}. \end{aligned} \quad (94)$$

式中,  $R$ 是航天器的初始日心距离.  $R_{\text{prev}}$ 和 $V_{\text{prev}}$ 的调整 $\pm(\Delta R/R)$ 将调整偏心率而不调整轨道周期. 如此迭代优化, 最终优化后的初始条件列于表10第5列. 图31绘出最终优化后编队面倾斜 $1^\circ$ 的S/C配置在10年内臂长、臂长差、编队夹角、视线方向速度、编队面法线相对于黄道面法线之倾角以及编队面法线之方向角.

对于倾角 $0.0^\circ$ ,  $0.5^\circ$ ,  $1.5^\circ$ ,  $2^\circ$ ,  $2.5^\circ$ 和 $3^\circ$ , 优化过程与倾角 $1.0^\circ$ 相似, 结果可以在文献[82]中找到.

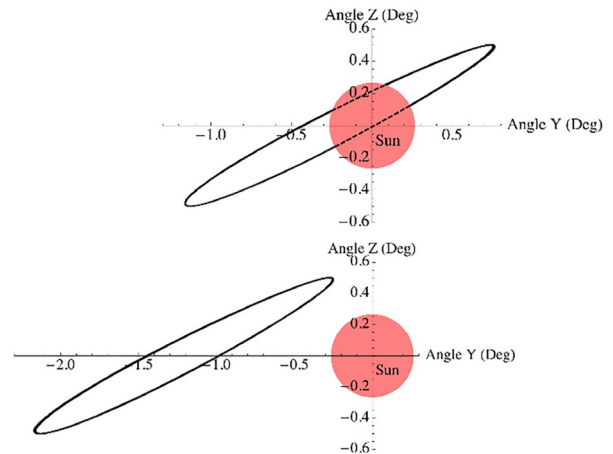


图 30 (网络版彩图) 倾角 $1.0^\circ$ 情况下, 初始条件旋转一个角度之前(上图)和旋转 $2.0^\circ$ 角之后(下图)从地球看的S/C1视图(S/C1初始条件旋转 $2.0^\circ$ 角相当于从太阳对面的地球看旋转了 $1^\circ$ 角). 图片来自文献[82]

Figure 30 (Color online) S/C1 view from Earth before rotating the initial conditions by an angle (upper diagram) and after rotating by an angle  $2.0^\circ$  (lower diagram) for the case of inclination angle  $1.0^\circ$  (The rotation of  $2.0^\circ$  of S/C1 in orbit is equivalent to a rotation of  $1.0^\circ$  viewed from Earth). The figure is from ref. [82].

**表 10** JD2464500.0 历元倾角  $1^\circ$  配置的初始选择、周期优化后以及 J2000 赤道太阳系-重心坐标系中所有优化后的 S/C 初始状态<sup>[82]</sup>**Table 10** Initial states of S/Cs for the configuration with an inclination angle of  $1^\circ$  at epoch JD2464500.0 for initial choice, after period optimization, and after all optimizations in J2000 equatorial solar-system-barycentric coordinate system [82]

$\lambda=1.0^\circ$		Initial choice of S/C initial states	Initial states of S/Cs after period optimization	Initial states of S/C after final optimization
S/C1 Position (AU)	$X$	$-2.8842263289715 \times 10^{-2}$	$-2.8842263289715 \times 10^{-2}$	$-2.8842514605546 \times 10^{-2}$
	$Y$	$9.1157742309044 \times 10^{-1}$	$9.1157742309044 \times 10^{-1}$	$9.1158659433458 \times 10^{-1}$
	$Z$	$3.9552690922456 \times 10^{-1}$	$3.9552690922456 \times 10^{-1}$	$3.9553088730467 \times 10^{-1}$
S/C1 Velocity (AU/day)	$V_x$	$-1.7188548244458 \times 10^{-2}$	$-1.7188535691176 \times 10^{-2}$	$-1.7188363750567 \times 10^{-2}$
	$V_y$	$-2.8220395391983 \times 10^{-4}$	$-2.8220375159556 \times 10^{-4}$	$-2.8220098038726 \times 10^{-4}$
	$V_z$	$-4.4970276654173 \times 10^{-4}$	$-4.4970243993363 \times 10^{-4}$	$-4.4969796642665 \times 10^{-4}$
S/C2 Position (AU)	$X$	$8.7453598387569 \times 10^{-1}$	$8.7453598387569 \times 10^{-1}$	$8.7453598387569 \times 10^{-1}$
	$Y$	$-4.3802677355114 \times 10^{-1}$	$-4.3802677355114 \times 10^{-1}$	$-4.3802677355114 \times 10^{-1}$
	$Z$	$-2.0634980179207 \times 10^{-1}$	$-2.0634980179207 \times 10^{-1}$	$-2.0634980179207 \times 10^{-1}$
S/C2 Velocity (AU/day)	$V_x$	$8.2301784322477 \times 10^{-3}$	$8.2301033726700 \times 10^{-3}$	$8.2301033726700 \times 10^{-3}$
	$V_y$	$1.3797379424198 \times 10^{-2}$	$1.3797253460590 \times 10^{-2}$	$1.3797253460590 \times 10^{-2}$
	$V_z$	$6.1425805519808 \times 10^{-3}$	$6.1425244722884 \times 10^{-3}$	$6.1425244722884 \times 10^{-3}$
S/C3 Position (AU)	$X$	$-8.5683596527799 \times 10^{-1}$	$-8.5683596527799 \times 10^{-1}$	$-8.5679330969623 \times 10^{-1}$
	$Y$	$-4.8998222347472 \times 10^{-1}$	$-4.8998222347472 \times 10^{-1}$	$-4.8995800210059 \times 10^{-1}$
	$Z$	$-1.9592963105165 \times 10^{-1}$	$-1.9592963105165 \times 10^{-1}$	$-1.9591994878015 \times 10^{-1}$
S/C3 Velocity (AU/day)	$V_x$	$8.9788714330506 \times 10^{-3}$	$8.9787977300014 \times 10^{-3}$	$8.9792464008067 \times 10^{-3}$
	$V_y$	$-1.3530263187520 \times 10^{-2}$	$-1.3530152097744 \times 10^{-2}$	$-1.3530828362023 \times 10^{-2}$
	$V_z$	$-5.6998631854817 \times 10^{-3}$	$-5.6998163886731 \times 10^{-3}$	$-5.7001012664635 \times 10^{-3}$

## 12 类地太阳轨道编队部署

对于绕地球轨道、地月拉格朗日点晕轨道以及日地 L1 和 L2 拉格朗日点晕轨道的部署已进行过许多深入研究. 这里我们简单说一下将航天器部署到类地太阳轨道不同位置的方法. 文献[81,345]给出了航天器从运载火箭分离到 L3, L4, L5 点附近任务轨道的转移轨道的初步设计. 我们先回顾一下初步设计.

在 ASTROD I 的任务研究中, ASTROD I 航天器在近地轨道(LEO)和发射器分离的最后阶段前获得适当的  $\Delta V$ , 脱离地球直接进入太阳轨道, 以无动力(测地线)方式飞越金星变轨. 若使用相同的策略将 ASTROD-GW 航天器直接发射到指定霍曼转移轨道或飞越金星轨道附近的太阳转移轨道. 这样, 每个航天器到达目的地所需的主要  $\Delta V$  发生在目的地附近, 以推动航天器停留在预定拉格朗日点(或其他地球绕日轨道点)附近. 在表 11 的第 2–4 行中, 我们列出了 3 个 ASTROD-GW S/C 的转移轨道类型、转移时间、转移  $\Delta V$  值和推进剂质量比. 这些估计对于部署到相同位置任何任务的航天器来说都成立. 航天器 1, 2 和 3 的推进剂质量比约为 0.5–0.55, 0.280 和 0.47. 对应于 500 kg

干质量的 3 个不同位置之 ASTROD-GW 航天器的总质量分别为 1111–1266, 723 和 1035 kg(包括推进剂和质量为推进剂 10% 的推进模块).

对于部署到太阳轨道上的其他位置, 我们进行了估算, 并列在表 11 第 5–7 行中. 基本设定是: (i) 航天器由高效推进模块推进(具有比冲值  $I_{sp}$  为 320 s 的推进剂和质量为推进剂总质量 10% 的推进模块)并可用于达到目的地时大  $\Delta V$  运作; (ii) 当达到目标状态时, 推进模块分离.

对于, 针对具有 20 年任务期限且相对于黄道面倾斜的航天器编队的类 LISA 任务和类 ASTROD-GW 任务, 从发射器分离后进一步的部署优化研究正在进行中<sup>[346]</sup>.

## 13 时延干涉测量(TDI)

在航天器无拖曳编队飞行中, 无法精密的保持队形, 而激光稳频的程度有限, 按第 6 节中的噪声分析, 干涉信号的激光稳频噪声效应和光程差成正比. 为要达到噪声要求, 选择适当的路径进行时延干涉应运而

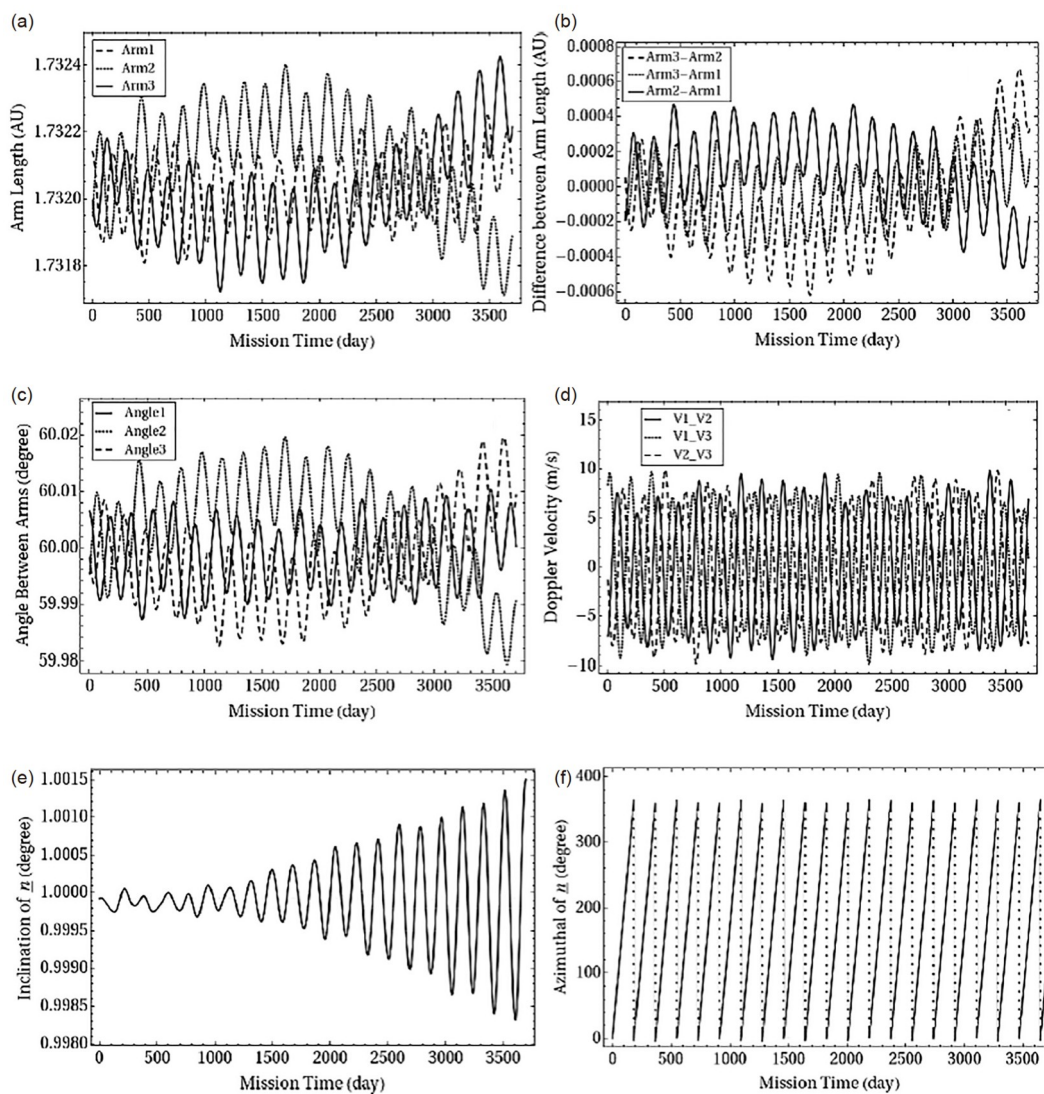


图 31 初始条件如表 10 第 5 列所示(最终优化后)编队面倾斜  $1^\circ$  的 S/C 配置在 10 年内臂长(a)、臂长差(b)、编队夹角(c)、视线方向速度(d)、编队面法线相对于黄道面法线之倾角(e)、以及编队面法线之方向角(f)

**Figure 31** The variation of armlengths (a), difference of armlengths (b), angles between arms (c), velocities in the measure direction (d), inclination of the unit normal  $\mathbf{n}$  of the ASTROD-GW formation (e) and azimuthal angle of  $\mathbf{n}$  (f) in 10 years for the case with the nominal formation inclination angle  $1^\circ$ .

生. 7.2 节进一步讨论了第一代、第二代时延干涉. 第 8 节推演回顾了时延干涉对引力波的探测灵敏度. 从上一节精确的轨道计算和优化确认了 LISA 和 Taiji 会有两三万公里的臂长变化, ASTROD-GW 会有十万公里的臂长变化. 时延干涉的确是一种自然的解方. 另一种解方是使用等臂方案, 如 DECIGO 和 B-DECIGO, 必须要有保持推进加速而不影响加速度计灵敏度的方法, 可参见文献[347].

从测量到适合理论工作者可使用的数据, 参照文

献[51]分成下列三步. (1) L0 原始数据: 航天器上经过处理传下来者; (2) L0.5 经地面处理可公开传递者; (3) L1 由 L0.5 数据处理成时延干涉测量数据, 可供科学目的使用, 形成 L2 个别引力波源波形、信号及其参数, 并可汇集成为 L3 目录.

在追踪激光时, 常使用伪随机码<sup>[348]</sup>, 在最近的分析里, 文献[348]从数据的结构和一些较宽松的限制/观测分析 Taiji 仿真数据, 可测定距离, 成功地替代了伪随机码的方法. 这意味着即使不使用伪随机码, 也可以从

表 11 航天器类地太阳轨道转移所需delta-V的估计和其推进剂质量比

Table 11 Estimated delta-V and Propellant Mass Ratio for Solar transfer of S/C

轨道超前地球的角度	转移轨道	转移时间 (yr)	从低轨注入太阳转移轨道后的太阳转移delta-v (km/s)	太阳转移轨道推进剂质量比(Isp=320 s)
180° (近L3)	飞越金星转移	1.3–1.5	2.2–2.5	0.50–0.55
60° (near L4)	内霍曼, 2圈	1.833	1.028	0.280
300° (–60°) (near L5)	外霍曼, 1圈	1.167	2	0.47
0°–60°	内霍曼, <2圈	小于1.833	小于1.028	大于0.280
60°–300°	飞越金星转移	1.3–1.5	2.2–2.5	0.50–0.55
300°–360°	外霍曼, 1圈	小于1.167	小于2	0.47

数据结构中提取并追踪, 对计时的要求不是很严格, 或许拥有强大的算力, 无须分别计时. 干涉信号已藏在数据串里.

关于时延干涉的组态和数据结构, 尚有许多需要进一步研究的地方, 如较高频可能的优化组态/组合<sup>[349,350]</sup>.

## 14 有效载荷

太空中的引力波检测主要测量引力波经过时两个S/C(或天体)之间的距离变化. 两个S/C(或天体)必须进行测地线运动(或者可以推论出这样的运动). 由于引力波较弱, 距离测量必须超灵敏. 典型的实施(任务)由三个几乎形成等边三角形编队的航天器组成. 3艘航天器相互干涉测距. 每艘航天器携带两个质量块、两个望远镜、两个激光器、一个弱光探测和处理系统、一个激光稳定系统和一个无阻力系统的有效载荷. 对于空间引力波段的较低频部分或是为了更高的精确度, 可以使用精密/光学时钟、或绝对激光稳定系统和绝对激光计量系统.

弱光相位锁定和处理: 对于太阳轨道任务, 这很重要. 对于距离为260 Gm (1.73 AU)的ASTROD-GW和其他微赫兹引力波探测空间任务, 需要将本地激光器锁相至100 fW的入射光以对其进行放大和操纵. 对于100 fW ( $\lambda=1064$  nm)的弱光, 每秒有 $5 \times 10^5$ 个光子. 这对于100 kHz频率调谐是好的. 对于LISA, 需要85 pW弱光锁相, 均已演示成功(7.2节). Sambridge等人<sup>[287]</sup>能够追踪亚飞瓦(sub-fW)激光的相位, 平均掉链(slip)时间

超过1000 s, 更是一大突破. 以频率跟踪、调制解调和编解码为重点, 使其成为成熟的实验技术, 将有利于未来微赫兹引力波探测的发展. 这对于深空光通信也很重要.

无拖曳系统设计与开发: 无拖曳系统由用于检测非无拖曳运动的高精度加速度计/惯性传感器和用于进行反馈以保持航天器无拖曳的微型推进器系统组成. LISA Pathfinder成功演示了100  $\mu$ Hz以上频率范围内的无拖曳技术, 不仅满足了LISA Pathfinder的要求, 还满足了LISA的要求. 这一成功为2017年所有太空任务提案(表1)铺平了前进的道路. 然而, 对于频率较低的部分(100 nHz–100  $\mu$ Hz), 还需要更多的工作. 我们在第6节中讨论了频率灵敏度谱和红因子. 为了抑制红因子, 需要位置传感噪声平坦至100 nHz, 并要求由航天器本身在测试质量上产生的重力加速度较小, 并能为低频所需的水平建模. 自重力加速度需要稳定或实时测定. 为此, 可采用绝对激光计量系统来监测S/C中主要质量分布的位置. 为了完全放弃这个因素或超越这个因素, 可能需要采用光学传感和光学反馈控制. 对于ASTROD的加速度计/惯性传感器设计, 特别是在低频区域, 提出了一种绝对激光计量系统来降低噪声. 此外, ASTROD还需要监测航天器各部分的位置, 以方便重力建模<sup>[56,57]</sup>.

微型推进器系统: 为了实现无阻力反馈控制, 需要微型推进器. 场发射电力推进(FEEP)系统具有高推力和比, 是微型推进器系统的良好候选者. FEEP系统的灵敏度良好, 在 $\mu$ N范围内. FEEP的主要问题是寿命. 由于FEEP技术开发过程中的技术问题, 冷气体推进器成为替代选择. GAIA任务携带了使用于AOCS(姿态和轨

道控制系统)的冷气体推进器<sup>[351]</sup>. MICROSCOPE<sup>[352]</sup> ([https://microscope.cnes.fr/en/MICROSCOPE/GP\\_mission.htm](https://microscope.cnes.fr/en/MICROSCOPE/GP_mission.htm))和LISA Pathfinder配备了基于GAIA推进器的冷气体推进器. 与FEEP相比, 冷气体推进器的主要缺点是产生每 $\Delta V$ 所需的质量较高. 总任务持续时间受到储罐中储存的推进剂数量的限制. 因此, 如果以后可以使用FEEP技术, 将是首选.

激光系统: Nd:YAG由激光二极管泵浦的非平面环形振荡器可供使用, 输出功率为2 W. 频率噪声在相关频段必须抑制到 $30 \text{ Hz/Hz}^{-1/2}$ . 激光是测量的源头, 更稳定的激光系统可简化改善测量和分析的流程, 有助于提高精确度. 近期, 30升大小 $10^{-15}$ 精度的光钟带有光疏和激光的产品已商业化<sup>[353-355]</sup>. 开发频率噪声为3或 $0.3 \text{ Hz/Hz}^{-1/2}$ 的空间激光系统, 应是可试探的.

激光频率标准/时钟: 空间光钟和光梳频率合成器技术对于实现和简化较低频率下的引力波探测任务目标灵敏度具有重要意义. 光钟和光梳频率合成器的另一个用途是校准ASTROD-GW等任务的光学计量. 这对于激光计量惯性传感器和监测航天器内部的距离、纠正由于热效应等引起的局部重力变化非常重要. 所有这些测量都使用激光作为标准. 它们需要使用光学频率标准或参考原子或分子线的绝对稳定的激光频率标准进行校准. 太空中光钟和光梳的出现可能会简化类似ASTROD-GW任务的实验设计.

目前, 实验室的光钟<sup>[207,209]</sup>已经达到了 $10^{-19}$ 级的分数误差. 这种精度级别或更高级别的时钟可用于对重力、运动和惯性导航进行极其灵敏的测量. 这种时钟的使用必将方便微赫兹低频引力波的探测, 并激发重新设计低频微赫兹空间引力波探测实现方案的需求.

绝对激光计量系统: 利用超精密激光频率标准/时钟, 可以构建绝对激光计量系统, 监测航天器各部分的位置, 以方便重力建模.

辐射监视器: 航天器上的小型辐射探测器将监测惯性无阻力传感器的测试质量充电. 该辐射监测仪还可用于测量太阳和银河物理领域的太阳高能粒子

(SEP)和银河宇宙射线(GCR), 并应用于空间天气<sup>[356,357]</sup>.

## 15 总结与展望

1957年发射第一颗人造卫星Sputnik. 2015年12月3日发射引力波探测技术验证任务LISA Pathfinder. 该任务成功测试和演示了无拖曳技术, 不仅满足了LISA Pathfinder的要求, 而且演示了LISA的要求. 这一成功为所有引力波空间任务提案铺平了道路(表2). 目前, 太空引力波任务预计将在十一年后发射. 弱光锁相已在实验室得到验证, 弱光技术正大步发展. 随着LIGO首次直接探测引力波以及LISA探路者任务的成功, 空间探测引力波的前景一片光明.

太空引力波探测器的重要科学目标是探测: (i) 来自大质量黑洞的引力波; (ii) 极端质量比黑洞旋进; (iii) 中等质量黑洞; (iv) 银河致密双星; (v) 遗迹引力波背景; (vi) 检测引力理论. 从图12-14中我们可以很容易地看出, 双大质量黑洞并合引力波探测的信噪比(S/N)非常高, 而对于更大规模并合的高S/N检测需要更低频段(100 nHz-100  $\mu\text{Hz}$ ). 为此, 更长臂具有优势. 在探索黑洞与星系的共同演化过程中, 长臂任务将很好地与PTA互补. 具有更好角度分辨率的长臂任务在确定暗能量状态方程、测试相对论引力以及可能探索暴涨物理学方面也更有效. 在推进剂质量比小于0.55的情况下, 将S/C部署到类地太阳轨道上的任何位置需要不到1.8年的时间, 在发射火箭能实现的实际范围内.

现在是时候认真考虑第二代太空引力波探测器. 实验室的光钟误差已经达到 $10^{-19}$ 级, 而且还在不断改善. 这种精确度水平的时钟将会用于太空用途. 这一进展有利于长臂的激光脉冲测距方案. JASON2卫星上的T2L2已实现3 ps的激光脉冲定时精度. 1300 Gm (8.6 AU)中的0.9 mm (3 ps)为 $7 \times 10^{-16}$ . 它与一些较低频率的应变加速噪声水平相当. 脉冲计时精度仍在提高. 更详细地研究这类方案是值得的.

致谢 感谢吴岸明和王刚在长期合作中诸多的讨论; 感谢汤勇在中文名词翻译和文献上的帮助.

## 参考文献

- Galilei G. Sidereus Nuncius (Sidereal Messenger) (in Neo-Latin). Published on March 13, 1610. Van Helden Albert. Galileo Galilei, Sidereus

- Nuncius, or the Sidereal Messenger (translation with introduction, conclusion and notes). Chicago and London: The University of Chicago Press, 1989. 127
- 2 Song L. History of Yuan Dynasty (in Chinese). Beijing: Zhonghua Book Company, 1976 [宋濂. 元史. 北京: 中华书局, 1976]
  - 3 Brahe T. *Astronomiae Instauratae Mechanica*. Wandesburgi: Cum Cæsaris, 1598
  - 4 Kepler J. *Astronomia Nova de Motibus Stellae Martis* (Prague, 1609). *Harmonice Mundi* (Linz, 1619)
  - 5 Galilei G. *Discorsi e Dimostrazioni Matematiche Intorno a Due Nuove Scienze* (Elzevir, Leiden, 1638). Translated by Henry Crew and Alfonso de Salvio, *Dialogues Concerning Two New Sciences*. New York, Dover, 1954
  - 6 Cassini G D. in *Memoires de l'Academie royale des Sciences* (M. A. S., 11 vols Paris, 1727-33), M. A. S., VIII, 96–105
  - 7 Römer M. Demonstration touchant le mouvement de la Lumière trouvé par M. Römer de l'Académie royale des Sciences. *Journal des Sçavans*, 7 December 1676, 233-6
  - 8 Newton I. *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*. Streater, London, 1687
  - 9 Jenkins F A, White H E. *Fundamentals of Optics*. 4th ed. McGraw-Hill, 1981. 18
  - 10 Moore P. *The Story of Astronomy*. 5th ed. New York: Grosset & Dunlap Publishing, 1977
  - 11 Le Verrier U J J. *Theorie du mouvement de Mercure*. *Ann Observ imp. Paris (Mém.)*, 1859, 5: 1–196
  - 12 Roseveare N T. *Mercury's Perihelion from Le Verrier to Einstein*. Oxford: Clarendon Press, 1982
  - 13 Einstein A. Erklärung der Perihelbewegung des Merkur aus allgemeinen Relativitätstheorie. *Berlin, Sitzber: Preuss Akad Wiss*, 1915. 831–839; English translation in *The Collected Papers of Albert Einstein, Volume 6: The Berlin Years: Writings, 1914-1917 Albert Einstein (English translation supplement)* Page 112–116, Edited by Martin J. Klein, A. J. Kox, Jürgen Renn, and Robert Schulmann (Princeton University Press, 1995); available on line, <http://press.princeton.edu/einstein/digital/>
  - 14 Einstein A. Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie. *Ann Phys*, 1916, 49: 769
  - 15 Einstein A. Über Gravitationswellen. *Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften*. Berlin, February 21, 1918. 154–167; English translation (translated by Alfred Engel) in *The Collected Papers of Albert Einstein, Volume 7: The Berlin Years: Writings, 1918–1921 (English translation supplement, Doc. 1 “On gravitational waves”, pp. 9–27, Princeton University Press, <http://einsteinpapers.press.princeton.edu/vol7-trans>).*
  - 16 Boss L. *Preliminary General Catalogue*. Washington DC: Carnegie Institution, 1910
  - 17 Schatzman E. *White Dwarfs*. Amsterdam: North-Holland, 1958
  - 18 Chen C M, Nester J M, Ni W T. A brief history of gravitational wave research. *Chin J Phys*, 2017, 55: 142–169
  - 19 Abbott B P, Abbott R, Abbott T D, et al. Observation of gravitational waves from a binary black hole merger. *Phys Rev Lett*, 2016, 116: 061102
  - 20 Abbott B P, Abbott R, Abbott T D, et al. GW151226: Observation of gravitational waves from a 22-solar-mass binary black hole coalescence. *Phys Rev Lett*, 2016, 116: 241103, arXiv: [1606.04855 gr-qc](https://arxiv.org/abs/1606.04855)
  - 21 Abbott B P, Abbott R, Abbott T D, et al. GW170817: Observation of gravitational waves from a binary neutron star inspiral. *Phys Rev Lett*, 2017, 119: 161101
  - 22 Pearlman M, Arnold D, Davis M, et al. Laser geodetic satellites: A high-accuracy scientific tool. *J Geod*, 2019, 93: 2181–2194
  - 23 Colmenares N R, Battat J B R, Gonzales D P, et al. Fifteen years of millimeter accuracy lunar laser ranging with APOLLO: Data reduction and calibration. *Publ Astron Soc Pac*, 2023, 135: 104503, arXiv: [2304.11174v1](https://arxiv.org/abs/2304.11174v1)
  - 24 Park R S, Folkner W M, Williams J G, et al. The JPL Planetary and Lunar Ephemerides DE440 and DE441. *Astrophys J*, 2021, 161: 105
  - 25 Pitjeva E V. Updated IAA RAS Planetary Ephemerides-EPM2011 and their use in scientific research. *Sol Syst Res*, 2013, 47: 386–402; Pavlov D, EPM User Manual, <https://iaaras.ru/en/dept/ephemeris/epm/>
  - 26 Viswanathan V, Fienga A, Gastineau M, et al. INPOP17a planetary ephemerides. *Notes Sci Tech de l'Institut de Mec Celeste*, 2017, 1–39
  - 27 Beckers J M. Adaptive optics for astronomy: Principles, performance, and applications. *Annu Rev Astron Astrophys*, 1993, 31: 13–62
  - 28 Armstrong J T, Mozurkewich D, Rickard L J, et al. The navy prototype optical interferometer. *Astrophys J*, 1998, 496: 550–571
  - 29 Hutter D. Ground-based optical interferometry. *Scholarpedia*, 2012, 7: 10586
  - 30 Shao M, Nemati B. Sub-microarcsecond astrometry with SIM-Lite: A testbed-based performance assessment. *Publ Astron Soc Pac*, 2009, 121: 41–44
  - 31 Gaia Collaboration. Gaia Data Release 3 Summary of the content and survey properties. *Astron Astrophys*, 2023, 674: A23
  - 32 Reid M J, Honma M. Microarcsecond radio astrometry. *Annu Rev Astron Astrophys*, 2014, 52: 339–372

- 33 RadioAstron Science and Technical Operations Group. Radioastron User Handbook. 2019, <http://www.asc.rssi.ru/radioastron/documents/rauh/en/rauh.pdf>
- 34 Bender P L, Drever R W P, Faller J E, et al. Unpublished manuscript, 1977, referred to by R. Weiss in Sources of Gravitational Radiation, Ed. by L. L. Smarr. Cambridge: Cambridge University Press, 1979. 26
- 35 Decker R, Randall J L, Bender P L, et al. Design aspects of a laser gravitational wave detector in space. In: Active Optical Devices and Applications. Bellingham, Washington: Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers, 1980, 220: 149–153
- 36 Faller J E, Bender P L. A possible laser gravitational wave experiment in space. Program and Abstracts of Second International Conference on Precision Measurement and Fundamental Constants (PMFC-II). Gaithersburg: National Bureau of Standards, 1981
- 37 Faller J E, Bender P L. A possible laser gravitational wave experiment in space. In: Taylor B N and Phillips W D, eds. Precision Measurement and Fundamental Constants II. Gaithersburg: National Bureau of Standards, 1984. 689–690
- 38 Faller J E, Bender P L, Hall J L, et al. Space antenna for gravitational wave astronomy. Proceedings of the Colloquium on Kilometric Optical Arrays in Space, Cargèse (Corsica). ESA SP-226, 1985. 157–163
- 39 Hils D, Bender P L, Faller J E, et al. The gravitational wave sky at micro-Hz to Hz frequencies. Eleventh International Conference on General Relativity and Gravitation: Abstracts of Contributed Papers, Vol. II. University of Stockholm, 1986. 509
- 40 Faller J E, Bender P L, Hall J L, et al. An antenna for laser gravitational-wave observations in space. *Adv Space Res*, 1989, 9: 107–111
- 41 Iyer B, Ni W T. Foreword. *Int J Mod Phys D*, 2013, 22: 1302001
- 42 Kuroda K, Mio N. Correction to interferometric measurements of absolute gravity arising from the finite speed of light. *Metrologia*, 1991, 28: 75–78
- 43 Abich K, Abramovici A, Amparan B, et al. In-orbit performance of the GRACE follow-on laser ranging interferometer. *Phys Rev Lett*, 2019, 123: 031101
- 44 Wu L, Xu P, Zhao S, et al. Global gravity field model from Taiji-1 observations. *Microgravity Sci Technol*, 2022, 34: 77, arXiv: 2203.05876
- 45 LISA Study Team. LISA (Laser Interferometer Space Antenna)—A Cornerstone Mission for the Observation of Gravitational Waves. ESA System and Technology Study Report, ESA-SCI 11, 2000
- 46 Armano M, Audley H, Auger G, et al. Sub-femto-g free fall for space-based gravitational wave observatories: LISA pathfinder results. *Phys Rev Lett*, 2016, 116: 231101
- 47 Armano M, Audley H, Baird J, et al. Beyond the required LISA free-fall performance: New LISA pathfinder results down to 20  $\mu$ Hz. *Phys Rev Lett*, 2018, 120: 061101
- 48 Binns D A, Rando N, Cacciapuoti L. The fundamental physics explorer: An ESA technology reference study. *Adv Space Res*, 2009, 43: 1158–1170
- 49 Jennrich O, Jennrich O, Binétruy P, et al. NGO (New Gravitational wave Observatory) Assessment Study Report. ESA/SRE, 2011
- 50 Amaro-Seoane P, Audley H, Babak S, et al. Laser interferometer space antenna. arXiv: 1702.00786
- 51 ESA Science Study Team, ESA Study Team. LISA Definition Study Report—ESA-SCI-DIR-RP-002. 2023
- 52 ESA Media Relations. Capturing the ripples of spacetime: LISA gets go-ahead. ESA/Science & Exploration/Space Science, 2024
- 53 Ni W T. ASTROD and gravitational waves. In: Tsubono K, Fujimoto M K, Kuroda K, eds. Gravitational Wave Detection. Tokyo: Universal Academy Press, 1997. 117–129
- 54 Ni W T, Pan S, Peng G S, et al. Progress in laboratory R & D for fundamental physics space missions - weak light phase-locking, fibre-linked heterodyne interferometry, fibre delay line and picometre real-time motion control. *Class Quantum Grav*, 1996, 13: A311–A315
- 55 Ni W T, Shy J T, Tseng S M, et al. Progress in mission concept study and laboratory development for the Astrodynamical Space Test Of Relativity Using Optical Devices (ASTROD). Proceedings of SPIE 3116, Small Spacecraft, Space Environments, and Instrumentation Technologie, 1997, 3116: 103–114
- 56 Ni W T, Sandford M C W, Veillet C, et al. Astrodynamical space test of relativity using optical devices. *Adv Space Res*, 2003, 32: 1437–1441
- 57 Xu X, Ni W T. Gravitational modeling of the proof-mass for the ASTROD mission. 31st COSPAR Scientific Assembly, Birmingham, 1996. Tsing Hua University Preprint GP-076, Advances in Space Research 32 (2003) 1443–1446
- 58 Ni W T, Shy J T, Tseng S M, et al. Progress in laboratory research for fundamental physics space missions using optical devices. *Adv Space Res*, 2003, 32: 1283–1287
- 59 Liao A C, Ni W T, Shy J T. On the study of weak-light phase locking for laser astrodynamical missions (in Chinese). *Publ Yunnan Obs*, 2002, 3:

- 88–100 [廖安琪, 倪维斗, 施宙聪. 激光天文动力学弱光锁相的研究. 云南天文台台刊, 2002, 3: 88–100]
- 60 Liao A C, Ni W T, Shy J T. Pico-watt and femto-watt weak-light phase locking. *Int J Mod Phys D*, 2002, 11: 1075–1085
- 61 Yeh H C. Technical elements of nanometrology (in Chinese). *Publ Yunnan Obs*, 2002, 3: 101–116 [叶贤基. 纳米计量学的基础技术组件. 云南天文台台刊, 2002, 3: 101–116]
- 62 Ni W T, Zhu J, Wu X P, et al. Mini-ASTROD: Mission concept (in Chinese). *Publ Yunnan Obs*, 2002, 3: 123–136 [倪维斗, 朱进, 武向平, 等. 小型激光天文动力学空间计划概念. 云南天文台台刊, 2002, 3: 123–136]
- 63 Yan J, Ni W T, Li G Y, et al. The Scientific goal and basic scheme of ASTROD I (in Chinese). *Publ Purple Mt Obs*, 2004, 23: 1–20 [严俊, 倪维斗, 李广宇, 等. 单航天器激光天文动力学计划的科学目标与基本方案. 紫金山天文台台刊, 2004, 23: 1–20]
- 64 Huang T Y, Li G Y, Ni W T, et al. Astrodynamics in ASTROD I (in Chinese). *Publ Purple Mt Obs*, 2004, 23: 21–30 [黄天衣, 李广宇, 倪维斗, 等. ASTROD I中的天文动力学. 紫金山天文台台刊, 2004, 23: 21–30]
- 65 Xia Y, Tang C J, Ni W T, et al. Orbit design and simulation for ASTROD I (in Chinese). *Publ Purple Mt Obs*, 2004, 23: 63–86 [夏炎, 汤建仁, 倪维斗, 等. ASTROD I的轨道设计与模拟. 紫金山天文台台刊, 2004, 23: 63–86]
- 66 Ni W T, Shiomi S. Acceleration disturbances and drag-free requirements for ASTROD I (in Chinese). *Publ Purple Mt Obs*, 2004, 23: 87–104 [倪维斗, 潮见幸江. ASTROD I加速度噪声与无拖曳系统要求. 紫金山天文台台刊, 2004, 23: 87–104]
- 67 Bao G, Ni W T, Liu L. The simulation of charging process for the ASTROD I test mass (in Chinese). *Publ Purple Mt Obs*, 2004, 23: 105–138 [包纲, 倪维斗, 柳磊. 关于ASTROD I测试质量充电过程模拟的预研究. 紫金山天文台台刊, 2004, 23: 105–138]
- 68 Gao S W, Zhou Z B, Wu S C, et al. Inertial sensor concept for ASTROD I mission (in Chinese). *Publ Purple Mt Obs*, 2004, 23: 139–148 [高尚伟, 周泽兵, 吴书朝, 等. ASTROD I计划的惯性检测传感器研究. 紫金山天文台台刊, 2004, 23: 139–148]
- 69 Wang H, Ruediger A, Ni W T. The optics design of ASTROD I (in Chinese). *Publ Purple Mt Obs*, 2004, 23: 155 [王海涛, Ruediger A, 倪维斗. ASTROD I光学系统. 紫金山天文台台刊, 2004, 23: 155]
- 70 Zhou Z B, Qu S B, Tu H B, et al. Progress of ground test of inertial sensor for ASTROD I. *Int J Mod Phys D*, 2008, 17: 985–992
- 71 Selig H, Lämmerzahl C, Ni W T. Astrodynamical Space Test of Relativity Using Optical Devices I (ASTROD I)—Mission overview. *Int J Mod Phys D*, 2013, 22: 1341003
- 72 Braxmaier C, Dittus H, Foulon B, et al. Astrodynamical Space Test of Relativity using Optical Devices I (ASTROD I)—A class-M fundamental physics mission proposal for cosmic vision 2015–2025: 2010 Update. *Exp Astron*, 2012, 34: 181–201, arXiv: 1104.0060
- 73 Appourchaux T, Burston R, Chen Y, et al. Astrodynamical Space Test of Relativity Using Optical Devices I (ASTROD I)—A class-M fundamental physics mission proposal for Cosmic Vision 2015–2025. *Exp Astron*, 2009, 23: 491–527
- 74 Ni W T, Bao Y, Dittus H, et al. ASTROD I: Mission concept and Venus flybys. Proceedings of the 5th IAA International Conference on Low-Cost Planetary Missions. ESTEC, Noordwijk, the Netherlands, 24–26 September 2003. ESA SP-542, 2003. 79–86
- 75 Ni W T, Bao Y, Dittus H, et al. ASTROD I: Mission concept and Venus flybys. *Acta Astronaut*, 2006, 59: 598–607
- 76 Ni W T. ASTROD Optimized for Gravitational-wave Detection: ASTROD-GW—A pre-phase. A study proposal submitted to Chinese Academy of Sciences February 26, 2009
- 77 Ni W T, Men J R, Mei X H, et al. ASTROD optimized for gravitational wave detection: ASTROD-GW (in Chinese). Proceedings of Sixth Deep Space Exploration Technology Symposium, 2009. 122–128 [倪维斗, 门金瑞, 梅晓红, 等. ASTROD空间引力波探测优化方案: ASTROD-GW. 中国宇航学会深空探测技术专业委员会第六届学术年会论文集, 2009. 122–128]
- 78 Ni W T. Gravitational waves, dark energy and inflation. *Mod Phys Lett A*, 2010, 25: 922–935, arXiv: 1003.3899
- 79 Ni W T, Cao J, Dittus H, et al. ASTROD optimized for gravitational wave detection: ASTROD-GW. The 38th COSPAR Scientific Assembly. 2010, H05-0007-10
- 80 Ni W T. Dark energy, co-evolution of massive black holes with galaxies, and ASTROD-GW. *Adv Space Res*, 2013, 51: 525–534, arXiv: 1104.5049
- 81 Ni W T. ASTROD-GW: Overview and progress. *Int J Mod Phys D*, 2013, 22: 1431004
- 82 Wang G, Ni W T. Orbit optimization and time delay interferometry for inclined ASTROD-GW formation with half-year precession-period. *Chin Phys B*, 2015, 24: 059501
- 83 Ni W T. Super-ASTROD: Probing primordial gravitational waves and mapping the outer solar system. *Class Quantum Grav*, 2009, 26: 075021, arXiv: 0812.0887
- 84 Kawamura S, Nakamura T, Ando M, et al. The Japanese space gravitational wave antenna—DECIGO. *Class Quantum Grav*, 2006, 23: S125–

S131

- 85 Crowder J, Cornish N J. Beyond LISA: Exploring future gravitational wave missions. *Phys Rev D*, 2005, 72: 083005
- 86 Seto N. Correlation analysis of stochastic gravitational wave background around 0.1–1 Hz. *Phys Rev D*, 2006, 73: 063001
- 87 Kawamura S and DECIGO Working Group. Space gravitational wave antenna DECIGO and B-DECIGO, GW2 Parallel Session Talk of the MG16 Meeting (2021). Proceeding of MG16. Singapore: World Scientific, 2023. 3254–3260
- 88 Gong X, Lau Y K, Xu S, et al. Descope of the ALIA mission. *J Phys Conf Ser*, 2015, 610: 012011, arXiv: [1410.7296](https://arxiv.org/abs/1410.7296)
- 89 Hu W R, Wu Y L. The Taiji Program in Space for gravitational wave physics and the nature of gravity. *Natl Sci Rev*, 2017, 4: 685–686
- 90 Ruan W H, Liu C, Guo Z K, et al. The LISA–Taiji network. *Nat Astron*, 2020, 4: 108–109
- 91 Ruan W H, Liu C, Guo Z K, et al. The LISA–Taiji Network: Precision localization of coalescing massive black hole binaries. *Research*, 2021, 2021: 2021/6014164
- 92 Wang G, Ni W T, Han W B, et al. Alternative LISA–TAIJI networks. *Phys Rev D*, 2021, 104: 024012
- 93 Cai R G, Guo Z K, Hu B, et al. On networks of space-based gravitational-wave detectors. *Fundamental Res*, 2023, <https://doi.org/10.1016/j.fmre.2023.10.007>, arXiv: 2305.04551
- 94 Luo J, Chen L S, Duan H Z, et al. TianQin: A space-borne gravitational wave detector. *Class Quantum Grav*, 2016, 33: 035010
- 95 Ye B B, Zhang X, Zhou M Y, et al. Optimizing orbits for TianQin. *Int J Mod Phys D*, 2019, 28: 1950121
- 96 Seto N. Gravitational wave background search by correlating multiple triangular detectors in the mHz band. *Phys Rev D*, 2020, 102: 123547
- 97 Liang Z C, Hu Y M, Jiang Y, et al. Science with the TianQin Observatory: Preliminary results on stochastic gravitational-wave background. *Phys Rev D*, 2022, 105: 022001
- 98 Luo Z, Wang Y, Wu Y, et al. The Taiji program: A concise overview. *Prog Theor Exp Phys*, 2021, 2021: 05A108
- 99 Mei J, Bai Y Z, Bao J, et al. The TianQin project: Current progress on science and technology. *Prog Theor Exp Phys*, 2021, 2021: 05A107
- 100 Abbott R, Abbott T D, Abraham S, et al. GW190521: A binary black hole merger with a total mass of 150 M. *Phys Rev Lett*, 2020, 125: 101102
- 101 Harms J, Slagmolen B J J, Adhikari R X, et al. Low-frequency terrestrial gravitational-wave detectors. *Phys Rev D*, 2013, 88: 122003
- 102 Ni W T. Foreword. *Int J Mod Phys D*, 2020, 29: 1902005, arXiv: [2004.05590](https://arxiv.org/abs/2004.05590)
- 103 Gao D, Ni W T, Wang J, et al. Mid-frequency Gravitational Waves (0.1–10 Hz): Sources and Detection Methods Summary of the Parallel Session GW2 of MG16 Meeting. In: The Sixteenth Marcel Grossmann Meeting. Singapore: World Scientific, 2023. 3261–3276. arXiv: [2111.09715](https://arxiv.org/abs/2111.09715)
- 104 Ni W T. Gravitational wave (GW) classification, space GW detection sensitivities and AMIGO (Astrodynamical Middle-frequency Interferometric GW Observatory). *EPJ Web Conf*, 2018, 168: 01004, arXiv: [1709.05659](https://arxiv.org/abs/1709.05659) gr-qc
- 105 Ni W T, Wang G, Wu A M. Astrodynamical middle-frequency interferometric gravitational wave observatory AMIGO: Mission concept and orbit design. *Int J Mod Phys D*, 2020, 29: 1940007, arXiv: [1909.04995](https://arxiv.org/abs/1909.04995)
- 106 Ni W T. Core noise and GW sensitivities of AMIGO. *Int J Mod Phys D*, 2022, 31: 2250039
- 107 Zhao Y, Lu Y, Yan C, et al. Multiband gravitational wave observations of stellar binary black holes at the low to middle and high frequencies. *Mon Not Roy Astron Soc*, 2023, 522: 2951–2966
- 108 The LIGO Scientific Collaboration, The Virgo Collaboration, The KAGRA Collaboration, et al. The population of merging compact binaries inferred using gravitational waves through GWTC-3. 2021. arXiv: [2111.03634](https://arxiv.org/abs/2111.03634)
- 109 Zhao Y, Lu Y. Stochastic gravitational wave background and eccentric stellar compact binaries. *Mon Not Roy Astron Soc*, 2021, 500: 1421
- 110 Mapelli M, Bouffanais Y, Santoliquido F, et al. The cosmic evolution of binary black holes in young, globular, and nuclear star clusters: Rates, masses, spins, and mixing fractions. *Mon Not Roy Astron Soc*, 2022, 511: 5797–5816
- 111 Wang G, Yan Z, Hu B, et al. Investigating galactic double white dwarfs for the sub-mHz gravitational wave mission ASTROD-GW. *Phys Rev D*, 2023, 107: 124022
- 112 Baker J, Barke S F, Bender P L, et al. Astro2020 APC White Paper—Space Based Gravitational Wave Astronomy Beyond LISA. arXiv: [1907.11305](https://arxiv.org/abs/1907.11305)
- 113 Bender P L. Additional astrophysical objectives for LISA follow-on missions. *Class Quantum Grav*, 2004, 21: S1203–S1208
- 114 Gravitational-Wave Community Science Team, Gravitational-Wave Core Team and Gravitational-Wave Science Task Force. Gravitational-Wave Mission Concept Study Final Report, August 9, 2012. <https://www.lisa.nasa.gov/documentsReference.html>
- 115 Tinto M, de Araujo J C N. Coherent observations of gravitational radiation with LISA and gLISA. *Phys Rev D*, 2016, 94: 081101

- 116 Tinto M, de Araujo J C N, Aguiar O D, et al. A geostationary gravitational wave interferometer (GEOGRAWI). arXiv: [1111.2576](#)
- 117 Tinto M, DeBra D, Buchman S, et al. gLISA: Geosynchronous laser interferometer space antenna concepts with off-the-shelf satellites. *Rev Sci Instruments*, 2015, 86: 014501
- 118 McWilliams S T. Geostationary Antenna for Disturbance-Free Laser Interferometry (GADFLI). arXiv: [1111.3708v1](#)
- 119 Sedda M A, Berry C P L, Jani K, et al. The missing link in gravitational-wave astronomy: Discoveries waiting in the decihertz range. *Class Quantum Grav*, 2020, 37: 215011, arXiv: [1908.11375v2](#)
- 120 Baibhav V, Barack L, Berti E, et al. Probing the nature of black holes: Deep in the mHz gravitational-wave sky. *Exp Astron*, 2021, 51: 1385–1416, arXiv: [1908.11390v1](#)
- 121 Sesana A, Korsakova N, Sedda M A, et al. Unveiling the gravitational universe at  $\mu$ -Hz frequencies. *Exp Astron*, 2021, 51: 1333–1383, arXiv: [1908.11391v1](#)
- 122 Baker J, Baker T, Carbone C, et al. High angular resolution gravitational wave astronomy. arXiv: [1908.11410v1](#)
- 123 Martens W, Khan M, Bayle J B. LISAmx: Improving the low-frequency gravitational-wave sensitivity by two orders of magnitude. arXiv: [2304.08287](#)
- 124 Bergé J, Baudis L, Brax P, et al. The local dark sector. Probing gravitation's low-acceleration frontier and dark matter in the Solar System neighborhood. *Exp Astron*, 2021, 51: 1737–1766
- 125 Estabrook F B, Wahlquist H D. Response of Doppler spacecraft tracking to gravitational radiation. *Gen Relat Gravit*, 1975, 6: 439–447
- 126 Kuroda K, Ni W T, Pan W P. Gravitational waves: Classification, methods of detection, sensitivities and sources. *Int J Mod Phys D*, 2015, 24: 1530031
- 127 Moore C J, Cole R H, Berry C P L. Gravitational-wave sensitivity curves. *Class Quantum Grav*, 2015, 32: 015014
- 128 Ni W T. Gravitational wave detection in space. *Int J Mod Phys D*, 2016, 25: 1630001
- 129 Ni W T. Solar-system tests of relativistic gravity. *Int J Mod Phys D*, 2016, 25: 1630003
- 130 Will C M. The confrontation between general relativity and experiment. *Liv Rev Relat*, 2014, 17: 4
- 131 Ni W T. Empirical foundations of the relativistic gravity. *Int J Mod Phys D*, 2005, 14: 901–921
- 132 Ni W T. ASTROD and ASTROD I—Overview and progress. *Int J Mod Phys D*, 2008, 17: 921–940, arXiv: [0712.2492](#)
- 133 Benkhoff J, van Casteren J, Hayakawa H, et al. BepiColombo—Comprehensive exploration of Mercury: Mission overview and science goals. *Planet Space Sci*, 2010, 58: 2–20
- 134 Jehn R, Schoenmaekers J, García Yáñez D, et al. BepiColombo—A mission to mercury. 21st International Symposium on Space Flight Dynamics (ISSFD), September 2009, [http://issfd.org/ISSFD\\_2009/InterMissionDesign/Jehn.pdf](http://issfd.org/ISSFD_2009/InterMissionDesign/Jehn.pdf)
- 135 Milani A, Vokrouhlický D, Villani D, et al. Testing general relativity with the BepiColombo radio science experiment. *Phys Rev D*, 2002, 66: 082001
- 136 Yeomans D K, Antreasian P G, Barriot J P, et al. Radio science results during the NEAR-Shoemaker spacecraft rendezvous with Eros. *Science*, 2002, 89: 2085–2088
- 137 NASA. Press Release: NASA Completes MESSENGER Mission with Expected Impact on Mercury's Surface. April 30, 2015. Retrieved May 2, 2015
- 138 Mashhoon B, Hehl F W, Theiss D S. On the gravitational effects of rotating masses: The Thirring-Lense papers. *Gen Relat Gravit*, 1984, 16: 711–750
- 139 Ciufolini I, Pavlis E C. A confirmation of the general relativistic prediction of the Lense-Thirring effect. *Nature*, 2004, 431: 958–960
- 140 Everitt C W F, DeBra D B, Parkinson B W, et al. Gravity Probe B: Final results of a space experiment to test general relativity. *Phys Rev Lett*, 2011, 106: 22110
- 141 Ciufolini I, Paolozzi A, Pavlis E C, et al. An improved test of the general relativistic effect of frame-dragging using the LARES and LAGEOS satellites. *Eur Phys J C*, 2019, 79: 872
- 142 Ciufolini I, Paris C, Pavlis E C, et al. First results of the LARES 2 space experiment to test the general theory of relativity. *Eur Phys J Plus*, 2023, 138: 1054
- 143 Sagnac G. The demonstration of the luminiferous aether by an interferometer in uniform rotation. *Comptes Rendus*, 1913, 157: 708–710
- 144 Sagnac G. On the proof of the reality of the luminiferous aether by the experiment with a rotating interferometer. *Comptes Rendus*, 1913, 157: 1410–1413

- 145 Wang G, Ni W T. Numerical simulation of time delay interferometry for TAIJI and new LISA. *Res Astron Astrophys*, 2019, 19: 058, arXiv: [1707.09127](https://arxiv.org/abs/1707.09127)
- 146 Bertotti B, Giampieri G. Relativistic effects for Doppler measurements near solar conjunction. *Class Quantum Grav*, 1992, 9: 777–793
- 147 Tartaglia A. Dark angular momentum of the galaxy. *Int J Mod Phys D*, 2018, 27: 1847012
- 148 Shapiro I I. Fourth test of general relativity. *Phys Rev Lett*, 1964, 13: 789–791
- 149 Bertotti B, Iess L, Tortora P. A test of general relativity using radio links with the Cassini spacecraft. *Nature*, 2003, 425: 374–376
- 150 Cang R, Guo J, Hu J, et al. The angular momentum of the solar system. *Astron Astrophys*, 2016, 04: 33–40
- 151 Bland-Hawthorn J, Gerhard O. The Galaxy in context: Structural, kinematic, and integrated properties. *Annu Rev Astron Astrophys*, 2016, 54: 529–596
- 152 Tartaglia A, Massimo B. Large scale space interferometry to measure galactic gravitomagnetism. Plenary talk presented on June 15, 2023 at IV International Workshop on Gravitomagnetism and large-scale Rotation Measurement, June 14 to 16, 2023, Pisa
- 153 Ni W T. Astrodynamical missions, gravitomagnetism and reference frames. Plenary talk presented on June 16, 2023 at IV International Workshop on Gravitomagnetism and Large-scale Rotation Measurement, June 14 to 16, 2023, Pisa
- 154 Wang G, Ni W T. Orbit optimization and the time delay interferometry for ASTROW-GW using CGC ephemeris. Paper (COSPAR paper number H05-0017-10) presented in the 38<sup>th</sup> COSPAR Scientific Assembly, 18-25 July 2010, Bremen, Germany, 2010
- 155 Braginsky V B, Gertsenshtein M E. Concerning the effective generation and observation of gravitational waves. *Soviet Phys–JETP Lett*, 1967, 5: 287
- 156 Anderson A J. Physical sciences: Probability of long period gravitational radiation. *Nature*, 1971, 229: 547–548
- 157 Davis R W. Ondes et Radiations Gravitationelles. In *Colloque Internationaux CNRS No. 220*. Institut Henri Poincare: Paris, 1974. 33
- 158 Wahlquist H D. The Doppler response to gravitational waves from a binary star source. *Gen Rel Grav*, 1987, 19: 1101–1113
- 159 Armstrong J W, Estabrook F B, Tinto M. Time-delay interferometry for space-based gravitational wave searches. *Astrophys J*, 1999, 527: 814–826
- 160 Tinto M, Alves M E S. LISA sensitivities to gravitational waves from relativistic metric theories of gravity. *Phys Rev D*, 2010, 82: 122003
- 161 Armstrong J W, Woo R, Estabrook F B. Interplanetary phase scintillation and the search for very low frequency gravitational radiation. *Astrophys J*, 1979, 230: 570–574
- 162 Hellings R W, Callahan P S, Anderson J D, et al. spacecraft-Doppler gravity-wave detection. II. Results. *Phys Rev D*, 1981, 23: 844–851
- 163 Anderson J D, Armstrong J W, Estabrook F B, et al. Pioneer 10 search for gravitational waves—No evidence for coherent radiation from Geminga. *Nature*, 1984, 308: 158–160
- 164 Armstrong J W, Estabrook F B, Wahlquist H D. A search for sinusoidal gravitational radiation in the period range 30–2000 seconds. *Astrophys J*, 1987, 318: 536–541
- 165 Armstrong J W, Iess L, Tortora P, et al. Stochastic gravitational wave background: Upper limits in the  $10^{-6}$  to  $10^{-3}$  Hz band. *Astrophys J*, 2003, 599: 806–813
- 166 Tinto M, Dick G J, Prestage J D, et al. Improved spacecraft radio science using an on-board atomic clock: Application to gravitational wave searches. *Phys Rev D*, 2009, 79: 102003
- 167 Murphy Jr T W, Adelberger E G, Battat J B R, et al. APOLLO: Millimeter lunar laser ranging. *Class Quantum Grav*, 2012, 29: 184005
- 168 Murphy T W, Adelberger E G, Battat J B R, et al. The apache point observatory lunar laser-ranging operation: Instrument description and first detections. *Publ Astron Soc Pac*, 2008, 120: 20–37, arXiv: [0710.0890](https://arxiv.org/abs/0710.0890)
- 169 Exertier P, Samain E, Bonnefond P, et al. Status of the T2L2/Jason2 experiment. *Adv Space Res*, 2010, 46: 1559–1565
- 170 Samain É. Clock comparisons based on laser ranging technologies. Chapter 7 in *One Hundred Years of General Relativity: From Genesis and Empirical Foundations to Gravitational Waves, Cosmology and Quantum Gravity*. Ni W T, ed. Singapore: World Scientific, 2016. *Int J Mod Phys D*, 2015, 24: 1530021
- 171 Sazhin M V. Opportunities for detecting ultralong gravitational waves. *Sov Astron*, 1978, 22: 36–38
- 172 Detweiler S. Pulsar timing measurements and the search for gravitational waves. *Astrophys J*, 1979, 234: 1100–1104
- 173 Backer D C, Kulkarni S R, Heiles C, et al. A millisecond pulsar. *Nature*, 1982, 300: 615–618
- 174 Hellings R W, Downs G S. Upper limits on the isotropic gravitational radiation background from pulsar timing analysis. *Astrophys J*, 1983, 265: L39

- 175 Foster R S, Backer D C. Constructing a pulsar timing array. *Astrophys J*, 1990, 361: 300–308
- 176 McHugh M P, Zalamansky G, Verotte F, et al. Pulsar timing and the upper limits on a gravitational wave background: A Bayesian approach. *Phys Rev D*, 1996, 54: 5993–6000
- 177 Lommen A N. New limits on gravitational radiation using pulsars. Proceeding of 270th WE-Heraeus Seminar on: Neutron Stars, Pulsars and Supernova Remnants. Becker W, Lesch H, and Trümper J, eds. MPE Report 278, 2002. 114–125. arXiv: [astro-ph/0208572](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0208572)
- 178 Wang S G, Zhu Z H, Zou Z L, et al. Special purpose pulsar telescope for the detection of cosmic gravitational waves. *Int J Mod Phys D*, 2002, 11: 1061–1065
- 179 Manchester R N. Pulsars and gravity. *Int J Mod Phys D*, 2015, 24: 1530018
- 180 Lentati L, Taylor S R, Mingarelli C M F, et al. European pulsar timing array limits on an isotropic stochastic gravitational-wave background. *Mon Not Roy Astron Soc*, 2015, 453: 2576–2598
- 181 Shannon R M, Ravi V, Lentati L T, et al. Gravitational waves from binary supermassive black holes missing in pulsar observations. *Science*, 2015, 349: 1522–1525
- 182 Arzoumanian Z, Brazier A, Burke-Spolaor S, et al. The NANOGrav nine-year data set: Limits on the isotropic stochastic gravitational wave background. *Astrophys J*, 2016, 821: 13
- 183 Nobleson K, Agarwal N, Girgaonkar R, et al. Low-frequency wideband timing of InPTA pulsars observed with the uGMRT. *Mon Not Roy Astron Soc*, 2022, 512: 1234–1243
- 184 Spiewak R, Bailes M, Miles M T, et al. The MeerTime Pulsar Timing Array: A census of emission properties and timing potential. *Publ Astron Soc Aust*, 2022, 39: e027
- 185 Agazie G, Anumalapudi A, Archibald A M, et al. The NANOGrav 15 yr data set: Evidence for a gravitational-wave background. *Astrophys J Lett*, 2023, 951: L8, arXiv: [2306.16213 astro-ph.HE](https://arxiv.org/abs/2306.16213)
- 186 Antoniadis J, Babak S, Bak Nielsen A S, et al. The second data release from the European Pulsar Timing Array: III. Search for gravitational wave signals. *Astron Astrophys*, 2023, 678, A50
- 187 Reardon D J, Zic A, Shannon R M, et al. Search for an isotropic gravitational-wave background with the parkes pulsar timing array. *Astrophys J Lett*, 2023, 951: L6
- 188 Xu H, Chen S, Guo Y, et al. Searching for the nano-Hertz stochastic gravitational wave background with the Chinese Pulsar Timing Array Data Release I. *Res Astron Astrophys*, 2023, 23: 075024, arXiv: [2306.16216 astro-ph.HE](https://arxiv.org/abs/2306.16216)
- 189 Phinney E S. A practical theorem on gravitational wave backgrounds. arXiv: [astro-ph/0108028](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0108028)
- 190 Vagnozzi S. Inflationary interpretation of the stochastic gravitational wave background signal detected by pulsar timing array experiments. arXiv: [2306.16912 astro-ph.CO](https://arxiv.org/abs/2306.16912)
- 191 Jiang J Q, Cai Y, Ye G, et al. Broken blue-tilted inflationary gravitational waves: A joint analysis of NANOGrav 15-year and BICEP/Keck 2018 data. arXiv: [2307.15547 astro-ph.CO](https://arxiv.org/abs/2307.15547)
- 192 Chen Z C, Wu Y M, Bi Y C, et al. Search for nontensorial gravitational-wave backgrounds in the NANOGrav 15-year dataset. *Phys Rev D*, 2024, 109: 084045
- 193 Addazi A, Cai Y F, Marcianò A, et al. Have pulsar timing array methods detected a cosmological phase transition? *Phys Rev D*, 2024, 109: 015028
- 194 Athron P, Fowlie A, Lu C T, et al. Can supercooled phase transitions explain the gravitational wave background observed by pulsar timing arrays? *Phys Rev Lett*, 2024, 132: 221001
- 195 Xiao Y, Yang J M, Zhang Y. Implications of nano-Hertz gravitational waves on electroweak phase transition in the singlet dark matter model. *Sci Bull*, 2023, 68: 3158–3164
- 196 Abe K T, Tada Y. Translating nano-Hertz gravitational wave background into primordial perturbations taking account of the cosmological QCD phase transition. *Phys Rev D*, 2023, 108: L101304
- 197 Gouttenoire Y. First-order phase transition interpretation of pulsar timing array signal is consistent with solar-mass black holes. *Phys Rev Lett*, 2023, 131: 171404
- 198 Kitajima N, Nakayama K. Nanohertz gravitational waves from cosmic strings and dark photon dark matter. *Phys Lett B*, 2023, 846: 138213
- 199 Ellis J, Lewicki M, Lin C, et al. Cosmic superstrings revisited in light of NANOGrav 15-year data. *Phys Rev D*, 2023, 108: 103511
- 200 Ahmed W, Chowdhury T A, Nasri S, et al. Gravitational waves from metastable cosmic strings in the Pati-Salam model in light of new pulsar

- timing array data. *Phys Rev D*, 2024, 109: 015008
- 201 Kitajima N, Lee J, Murai K, et al. Gravitational waves from domain wall collapse, and application to nanohertz signals with QCD-coupled axions. *Phys Lett B*, 2024, 851: 138586
- 202 Babichev E, Gorbunov D, Ramazanov S, et al. NANOGrav spectral index  $\gamma = 3$  from melting domain walls. *Phys Rev D*, 2023, 108: 123529
- 203 Moore C J, Taylor S R, Gair J R. Estimating the sensitivity of pulsar timing arrays. *Class Quantum Grav*, 2015, 32: 055004
- 204 Dolch T, Ellis J A, Chatterjee S, et al. Single-source gravitational wave limits from the J1713+0747 24-hr Global Campaign. *J Phys: Conf Ser*, 2016, 716: 12014
- 205 Kolkowitz S, Pikovski I, Langellier N, et al. Gravitational wave detection with optical lattice atomic clocks. *Phys Rev D*, 2016, 94: 124043
- 206 Ebisuzaki T, Katori H, Makino J, et al. INO: Interplanetary network of optical lattice clocks. *Int J Mod Phys D*, 2020, 29: 1940002
- 207 Brewer S M, Chen J S, Hankin A M, et al.  $^{27}\text{Al}^+$  quantum-logic clock with a systematic uncertainty below  $10^{-18}$ . *Phys Rev Lett*, 2019, 123: 033201
- 208 Beloy K, Bodine M I, Bothwell T, et al. Frequency ratio measurements at 18-digit accuracy using an optical clock network. *Nature*, 2021, 591: 564–569
- 209 Bothwell T, Kennedy C J, Aepli A, et al. Resolving the gravitational redshift across a millimetre-scale atomic sample. *Nature*, 2022, 602: 420–424, arXiv: [2109.12238](https://arxiv.org/abs/2109.12238)
- 210 Keith D W, Ekstrom C R, Turchette Q A, et al. An interferometer for atoms. *Phys Rev Lett*, 1991, 66: 2693–2696
- 211 Riehle F, Kisters T, Witte A, et al. Optical Ramsey spectroscopy in a rotating frame: Sagnac effect in a matter-wave interferometer. *Phys Rev Lett*, 1991, 67: 177–180
- 212 Kasevich M, Chu S. Atomic interferometry using stimulated Raman transitions. *Phys Rev Lett*, 1991, 67: 181–184
- 213 Newell D, VanWestrum D. CCM.G-K2.2023 Key Comparison and Supplemental Study. International Comparison of Absolute Gravimeters 2023, Table Mountain Geophysical Observatory (TMGO), Boulder, Colorado, Pilot Laboratory: National Institute of Standards and Metrology (NIST), Gaithersburg, MD, USA
- 214 Dimopoulos S, Graham P W, Hogan J M, et al. Atomic gravitational wave interferometric sensor. *Phys Rev D*, 2008, 78: 122002
- 215 Hogan J M, Johnson D M S, Dickerson S, et al. An atomic gravitational wave interferometric sensor in low earth orbit (AGIS-LEO). *Gen Relativ Gravit*, 2011, 43: 1953–2009
- 216 Bender P L. Comment on “Atomic gravitational wave interferometric sensor”. *Phys Rev D*, 2011, 84: 028101
- 217 Dimopoulos S, Graham P W, Hogan J M, et al. Reply to “Comment on ‘Atomic gravitational wave interferometric sensor’”. *Phys Rev D*, 2011, 84: 028102
- 218 Hogan J M, Kasevich M A. Atom-interferometric gravitational-wave detection using heterodyne laser links. *Phys Rev A*, 2016, 94: 033632, arXiv: [1501.06797](https://arxiv.org/abs/1501.06797)
- 219 Geiger R, Amand L, Bertoldi A, et al. Matter-wave laser Interferometric Gravitation Antenna (MIGA): New perspectives for fundamental physics and geosciences. Proceedings of the 50th Rencontres de Moriond “100 years after GR”, La Thuile (Italy), 21–28 March 2015. arXiv: [1505.07137](https://arxiv.org/abs/1505.07137)
- 220 Dickerson S M, Hogan J M, Sugarbaker A, et al. Multiaxis inertial sensing with long-time point source atom interferometry. *Phys Rev Lett*, 2013, 111: 083001
- 221 Abe M, Adamson P, Borcean M, et al. Matter-wave Atomic Gradiometer Interferometric Sensor (MAGIS-100). *Quantum Sci Technol*, 2021, 6: 044003
- 222 Canuel B, Bertoldi A, Amand L, et al. Exploring gravity with the MIGA large scale atom interferometer. *Sci Rep*, 2018, 8: 14064
- 223 Schlippert D, Meiners C, Rengelink R, et al. Matter-wave interferometry for inertial sensing and tests of fundamental physics. Proceedings of the Eighth Meeting on CPT and Lorentz Symmetry. Singapore: World Scientific, 2020. 37–40
- 224 Badurina L, Bentine E, Blas D, et al. AION: An atom interferometer observatory and network. *J Cosmol Astropart Phys*, 2020, 2020: 011
- 225 Zhou L, Xiong Z Y, Yang W, et al. Development of an atom gravimeter and status of the 10-meter atom interferometer for precision gravity measurement. *Gen Relativ Gravit*, 2011, 43: 1931–1942
- 226 Zhan M S, Wang J, Ni W T, et al. ZAIGA: Zhaoshan long-baseline atom interferometer gravitation antenna. *Int J Mod Phys D*, 2020, 29: 1940005
- 227 Canuel B, Abend S, Amaro-Seoane P, et al. ELGAR—A European laboratory for gravitation and atom-interferometric research. *Class Quantum*

- Grav*, 2020, 37: 225017
- 228 Abend S, Allard B, Alonso I, et al. Terrestrial very-long-baseline atom interferometry: Workshop summary. *AVS Quantum Sci*, 2024, 6: 024701, arXiv: [2310.08183](https://arxiv.org/abs/2310.08183)
- 229 Damour T, Donoghue J F. Equivalence principle violations and couplings of a light dilaton. *Phys Rev D*, 2010, 82: 084003
- 230 Zhao W, Gao D, Wang J, et al. Investigating the environmental dependence of ultralight scalar dark matter with atom interferometers. *Gen Relativ Gravit*, 2022, 54: 41
- 231 Zhao W, Mei X, Gao D, et al. Ultralight scalar dark matter detection with ZAIGA. *Int J Mod Phys D*, 2022, 31: 2250037
- 232 Ni W T. Equivalence principles and electromagnetism. *Phys Rev Lett*, 1977, 38: 301–304
- 233 Ni W T. Searches for the role of spin and polarization in gravity. *Rep Prog Phys*, 2010, 73: 056901
- 234 Sikivie P. Axion dark matter detection using atomic transitions. *Phys Rev Lett*, 2014, 113: 201301
- 235 Di Luzio L, Giannotti M, Nardi E, et al. The landscape of QCD axion models. *Phys Rep*, 2020, 870: 1–117
- 236 Ding K Y, Fu C J, Xu B Y, et al. Chiral gravitational wave background in millihertz from axion-like fields (in Chinese). *Sci Sin-Phys Mech Astron*, 2024, 54: 270408 [丁可忆, 付成杰, 徐宝屿, 等. 毫赫兹手征引力波背景的一类轴子场起源. *中国科学: 物理学 力学 天文学*, 2024, 54: 270408]
- 237 Yu J C, Cao Y, Tang Y, et al. Detecting ultralight dark matter gravitationally with laser interferometers in space. arXiv: [2404.04333v1](https://arxiv.org/abs/2404.04333v1)
- 238 Co R T, Pierce A, Zhang Z, et al. Dark photon dark matter produced by axion oscillations. *Phys Rev D*, 2019, 99: 075002
- 239 Filippi A, De Napoli M. Searching in the dark: The hunt for the dark photon. *Rev Phys*, 2020, 5: 100042
- 240 Gao D F, Wang J, Zhan M S. Atomic Interferometric Gravitational-Wave Space Observatory (AIGSO). *Commun Theor Phys*, 2018, 69: 37
- 241 Wang G, Ni W T, Han W B, et al. Algorithm for time-delay interferometry numerical simulation and sensitivity investigation. *Phys Rev D*, 2021, 103: 122006
- 242 Wang G. SATDI: Simulation and Analysis for Time-Delay Interferometry. arXiv: [2403.01726](https://arxiv.org/abs/2403.01726)
- 243 Fizeau H. Rapport sur le Prix Bordin. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences (Paris)*, 1868, 66: 932–934
- 244 McAlister H A. *Seeing the Unseen—Mount Wilson's Role in High Angular Resolution Astronomy*. Bristol: IOP Publishing Ltd, 2020
- 245 Stephan E. Sur l'Extreme Petitesse du Diamètre Apparent des Étoiles Fixes. *C R Hebd Seances Acad Sci*, 1874, 76: 1008
- 246 Michelson A A. On the application of interference methods to astronomical measurements. *London Edinburgh Dublin Philos Mag J Sci*, 1890, 30: 1–21
- 247 Michelson A A, Pease F G. Measurement of the diameter of alpha Orionis with the interferometer. *Astrophys J*, 1921, 53: 249–259
- 248 Hanbury Brown R, Jennison R C, Gupta M K D. Apparent angular sizes of discrete radio sources: Observations at Jodrell Bank, Manchester. *Nature*, 1952, 170: 1061–1063
- 249 Hanbury Brown R, Twiss R Q. LXXIV. A new type of interferometer for use in radio astronomy. *London Edinburgh Dublin Philos Mag J Sci*, 1954, 45: 663–682
- 250 Hanbury Brown R, Twiss R Q. A test of a new type of stellar interferometer on sirius. *Nature*, 1956, 178: 1046–1048
- 251 Hanbury Brown R, Davis J, Allen L R, et al. The stellar interferometer at Narrabri Observatory—II: The angular diameters of 15 stars. *Mon Not Roy Astron Soc*, 1967, 137: 393–417
- 252 Hanbury Brown R, Davis J, Allen L R. The angular diameters of 32 stars. *Mon Not Roy Astron Soc*, 1974, 167: 121–136
- 253 Labeyrie A. Interference fringes obtained on VEGA with two optical telescopes. *Astrophys J*, 1975, 196: L71–75
- 254 Labeyrie A. Attainment of diffraction limited resolution in large telescopes by Fourier analysing speckle patterns in star images. *Astron Astrophys*, 1970, 6: 85–87
- 255 Hanbury Brown R. *The Intensity Interferometer—Its Application to Astronomy*. London: Taylor & Francis, 1974
- 256 Shao M, Colavita M M, Hines B E, et al. The Mark III stellar interferometer. *Astron Astrophys*, 1988, 193: 357–371
- 257 Shao M, Colavita M M. Long-baseline optical and infrared stellar interferometry. *Annu Rev Astron Astrophys*, 1992, 30: 457–498
- 258 Pyne T, Gwinn C R, Birkinshaw M, et al. Gravitational radiation and very long baseline interferometry. *Astrophys J*, 1996, 465: 566
- 259 Park I H, Choi K Y, Hwang J, et al. Stellar interferometry for gravitational waves. *J Cosmol Astropart Phys*, 2021, 2021(11): 008
- 260 Fedderke M A, Graham P W, Macintosh B, et al. Astrometric gravitational-wave detection via stellar interferometry. *Phys Rev D*, 2022, 106: 023002
- 261 Gwinn C R, Eubanks T M, Pyne T, et al. Quasar proper motions and low-frequency gravitational waves. *Astrophys J*, 1997, 485: 87–91
- 262 Planck Collaboration. Planck 2018 results VI. Cosmological parameters. *Astron Astrophys*, 2020, 641: A6

- 263 Planck Collaboration. Planck 2018 results VI. Cosmological parameters (Corrigendum). *Astron Astrophys*, 2021, 652: C4
- 264 Unwin S C, Shao M, Tanner A M, et al. Taking the measure of the universe: Precision astrometry with *SIM PlanetQuest*. *Publ Astron Soc Pac*, 2008, 120: 38–88
- 265 Michelson A A, Gale H G, Pearson F. The effect of the Earth's rotation on the velocity of light Part II. *Astronophys J*, 1925, 61: 140–145
- 266 Estabrook F B, Tinto M, Armstrong J W. Time-delay analysis of LISA gravitational wave data: Elimination of spacecraft motion effects. *Phys Rev D*, 2000, 62: 042002
- 267 Armstrong J W, Estabrook F B, Tinto M. Sensitivities of alternate LISA configurations. *Class Quantum Grav*, 2001, 18: 4059–4065
- 268 Larson S L, Hellings R W, Hiscock W A. Unequal arm space-borne gravitational wave detectors. *Phys Rev D*, 2002, 66: 062001, arXiv: [gr-qc/0206081](#)
- 269 Dhurandhar S V, Nayak K R, Vinet J Y. Algebraic approach to time-delay data analysis for LISA. *Phys Rev D* 65, 2002: 102002
- 270 Tinto M, Shaddock D A, Sylvestre J, et al. Implementation of time-delay interferometry for LISA. *Phys Rev D* 2003, 67: 122003
- 271 Vallisneri M. Synthetic LISA: Simulating time delay interferometry in a model LISA. *Phys Rev D*, 2005, 71: 022001, arXiv: [gr-qc/0407102 gr-qc](#)
- 272 Petiteau A, Auger G, Halloin H, et al. LISACode: A scientific simulator of LISA. *Phys Rev D*, 2008, 77: 023002, arXiv: [0802.2023 gr-qc](#)
- 273 Tinto M, Dhurandhar S V. Time-delay interferometry. *Living Rev Relativ*, 2021, 24: 1
- 274 Shaddock D A, Tinto M, Estabrook F B, et al. Data combinations accounting for LISA spacecraft motion. *Phys Rev D*, 2003, 68: 061303, arXiv: [grqc/0307080](#)
- 275 Cornish N J, Hellings R W. The effects of orbital motion on LISA time delay interferometry. *Class Quantum Grav*, 2003, 20: 4851–4860, arXiv: [gr-qc/0306096 grqc](#)
- 276 Tinto M, Estabrook F B, Armstrong J W. Time delay interferometry with moving spacecraft arrays. *Phys Rev D*, 2004, 69: 082001, arXiv: [gr-qc/0310017](#)
- 277 Vallisneri M. Geometric time delay interferometry. *Phys Rev D*, 2005, 72: 042003, arXiv: [gr-qc/0504145 gr-qc](#) [Erratum: *Phys Rev D*, 2007, 76: 109903]
- 278 Dhurandhar S V, Nayak K R, Vinet J Y. Time-delay interferometry for LISA with one arm dysfunctional. *Class Quantum Grav*, 2010, 27: 135013, arXiv: [1001.4911 gr-qc](#)
- 279 Tinto M, Hartwig O. Time-delay interferometry and clock-noise calibration. *Phys Rev D*, 2018, 98: 042003, arXiv: [1807.02594 gr-qc](#)
- 280 Bayle J B, Lilley M, Petiteau A, et al. Effect of filters on the time-delay interferometry residual laser noise for LISA. *Phys Rev D*, 2019, 99: 084023, arXiv: [1811.01575 astro-ph.IM](#)
- 281 Muratore M, Vetrugno D, Vitale S. Revisitation of time delay interferometry combinations that suppress laser noise in LISA. *Class Quantum Grav*, 2020, 37: 185019, arXiv: [2001.11221 astro-ph.IM](#)
- 282 Vallisneri M, Bayle J B, Babak S, et al. Time-delay interferometry without delays. *Phys Rev D*, 2021, 103: 082001
- 283 Dick G J, Tu M, Strelak D, et al. Optimal phase lock at femtowatt power levels for coherent optical deep-space transponder. *IPN Prog Rep*, 2008, 42: 175
- 284 McNamara P W. Weak-light phase locking for LISA. *Class Quantum Grav*, 2005, 22: S243
- 285 Diekmann C, Steier F, Sheard B, et al. Analog phase lock between two lasers at LISA power levels. *J Phys-Conf Ser*, 2009, 154: 012020
- 286 Francis S P, Lam T T Y, McKenzie K, et al. Weak-light phase tracking with a low cycle slip rate. *Opt Lett*, 2014, 39: 5251
- 287 Sambridge C S, Roberts L E, Wade A R, et al. Subfemtowatt laser phase tracking. *Phys Rev Lett*, 2023, 131: 193804
- 288 Dhurandhar S V, Ni W T, Wang G. Numerical simulation of time delay interferometry for a LISA-like mission with the simplification of having only one interferometer. *Adv Space Res*, 2013, 51: 198–206
- 289 Wang G, Ni W T. Numerical simulation of time delay interferometry for eLISA/NGO. *Class Quantum Grav*, 2013, 30: 065011
- 290 Wang G, Ni W. Time-delay interferometry for ASTROD-GW. *Chin Astron Astrophys*, 2012, 36: 211–228
- 291 Wang G, Ni W T. Orbit optimization for ASTROD-GW and its time delay interferometry with two arms using CGC ephemeris. *Chin Phys B*, 2013, 22: 049501
- 292 Tinto M, Dhurandhar S V. Time-delay interferometry. *Living Rev Relativ*, 2014, 17: 6
- 293 Wang G. Time-delay Interferometry for ASTROD-GW (in Chinese). Master Thesis. Nanjing: Purple Mountain Observatory, Chinese Academy of Sciences, 2011 [王刚. ASTROD-GW时间延迟干涉. 硕士学位论文. 南京: 中国科学院紫金山天文台, 2011]; English translation. This

- version is quickly translated with the assistance of ChatGPT. Wang G. Time-Delay Interferometry for ASTROD-GW. Master Thesis. Nanjing: Purple Mountain Observatory, Chinese Academy of Sciences, 2011, arXiv: 2406.14173
- 294 Ni W T, Shy J T, Tseng S M, et al. Progress in laboratory research for fundamental physics space missions using optical devices. *Adv Space Res*, 2003, 32: 1283–1287
- 295 Chen Y C, Ni W T, Shy J T, et al. Electro-optic crystal modulated heterodyne interferometer and mid-point cyclic averaging. Proceedings of 4th Metrology Conference. Hsinchu: Chinese Metrology Society, 1995
- 296 Liu W L. Fibre metrology and mid-point cyclic averaging (in Chinese). Master Thesis. Hsinchu: Tsing Hua University, 1996 [刘婉玲. 光纤测长与中点周期平均. 硕士学位论文. 新竹: 清华大学, 1996]
- 297 Ni W T, Shy J T, Tseng S M, et al. Study of the second-order relativistic light deflection of the Sun using long-baseline fibre-linked interferometers—Laser-Interferometer SOLar Relativity (LISOR) Test. Proceedings of the ESA Colloquium on Targets for Space-based Interferometry. ESA SP-354, 1992. 189
- 298 Ma S P, Tseng S M. Fiber polarizers using silicon wafers as substrates. LEOS '95 - IEEE Lasers and Electro-Optics Society 1995 Annual Meeting - 8th Annual Meeting Conference Proceedings, Vols. 1 & 2. New York: IEEE, 1995. 393–395
- 299 Digonnet M J F, Shaw H J. Analysis of a tunable single mode optical fiber coupler. *IEEE J Quantum Electron*, 1982, 18: 746–754
- 300 Robson T, Cornish N J, Liu C. The construction and use of LISA sensitivity curves. *Class Quantum Grav*, 2019, 36: 105011, arXiv: 1803.01944
- 301 Larson S L, Hiscock W A, Hellings R W. Sensitivity curves for spaceborne gravitational wave interferometers. *Phys Rev D*, 2000, 62: 062001
- 302 Wang G, Ni W T. Revisiting time delay interferometry for unequal-arm LISA and TAIJI. *Phys Scr*, 2023, 98: 075005, arXiv: 2008.05812
- 303 Prince T A, Tinto M, Larson S L, et al. The LISA optimal sensitivity. *Phys Rev D*, 2002, 66: 122002
- 304 Vallisneri M, Crowder J, Tinto M. Sensitivity and parameter-estimation precision for alternate LISA configurations. *Class Quantum Grav*, 2008, 25: 065005, arXiv: 0710.4369
- 305 Kamble A, Kaplan D L A. Electromagnetic counterparts of gravitational wave sources: mergers of compact objects. *Int J Mod Phys D*, 2013, 22: 1341011
- 306 Finch E, Bartolucci G, Chucherko D, et al. Identifying LISA verification binaries among the Galactic population of double white dwarfs. *Mon Not Roy Astron Soc*, 2023, 522: 5358–5373
- 307 Kupfer T, Korol V, Littenberg T B, et al. LISA Galactic binaries with astrometry from Gaia DR3. arXiv: 2302.12719
- 308 Littenberg T B, Lali A K. Have any LISA verification binaries been found? . arXiv: 2404.03046
- 309 Zhang X H, Mohanty S D, Zou X B, et al. Resolving Galactic binaries in LISA data using particle swarm optimization and cross-validation. *Phys Rev D*, 2021, 104: 024023
- 310 Zhang X H, Zhao S D, Mohanty S D, et al. Resolving Galactic binaries using a network of space-borne gravitational wave detectors. *Phys Rev D*, 2022, 106: 102004
- 311 Liu C, Ruan W H, Guo Z K. Confusion noise from Galactic binaries for Taiji. *Phys Rev D*, 2023, 107: 064021
- 312 Littenberg T B, Cornish N J, Lackeos K, et al. Global analysis of the gravitational wave signal from Galactic binaries. *Phys Rev D*, 2020, 101: 123021
- 313 Littenberg T B, Cornish N J. Prototype global analysis of LISA data with multiple source types. *Phys Rev D*, 2023, 107: 063004
- 314 Karnesis N, Babak S, Pieroni M, et al. Characterization of the stochastic signal originating from compact binary populations as measured by LISA. *Phys Rev D*, 2021, 104: 043019
- 315 Digman M C, Cornish N J. LISA gravitational wave sources in a time-varying galactic stochastic background. *Astrophys J*, 2022, 940: 10
- 316 Sesana A, Vecchio A, Colacino C N. The stochastic gravitational-wave background from massive black hole binary systems: Implications for observations with Pulsar Timing Arrays. *Mon Not Roy Astron Soc*, 2008, 390: 192–209
- 317 Sesana A, Vecchio A, Volonteri M. Gravitational waves from resolvable massive black hole binary systems and observations with Pulsar Timing Arrays. *Mon Not Roy Astron Soc*, 2009, 394: 2255–2265
- 318 Demorest P, Lazio J, Lommen A. Gravitational wave astronomy using pulsars: Massive black hole mergers & the early Universe. arXiv: 0902.2968
- 319 Schutz B F. Revealing a hidden universe. PPT presentation on April 02, 2012, slide no. 25
- 320 Arun K G, Pai A. Tests of general relativity and alternative theories of gravity using gravitational wave observations. *Int J Mod Phys D*, 2013, 22: 1341012

- 321 Schutz B F. Determining the Hubble constant from gravitational wave observations. *Nature*, 1986, 323: 310–311
- 322 Sathyaprakash B S, Schutz B F. Physics, astrophysics and cosmology with gravitational waves. *Living Rev Relativ*, 2009, 12: 2
- 323 Ni W T. Cosmic polarization rotation, cosmological models, and the detectability of primordial gravitational waves. *Int J Mod Phys A*, 2009, 24: 3493–3500, arXiv: [0903.0756](https://arxiv.org/abs/0903.0756)
- 324 Farmer A J, Phinney E S. The gravitational wave background from cosmological compact binaries. *Mon Not Roy Astron Soc*, 2003, 346: 1197–1214
- 325 Hiscock B, Hellings R W. OMEGA: A space gravitational wave MIDEX mission. *Bull Am Astron Soc*, 1997, 29: 1312
- 326 Hellings R W, Larson S L, Jensen S, et al. A low-cost, high-performance space gravitational astronomy mission: A mission-concept white paper submitted to NASA, 2011, <http://pcos.gsfc.nasa.gov/studies/rfi/GWRFI-0007-Hellings.pdf>
- 327 Vincent M A, Bender P L. Orbital mechanics of a space-borne gravitational wave experiment. *Proceedings of Astrodynamics Specialist Conference*, 1987. 1346
- 328 Folkner W M, Hechler F, Sweetser T H, et al. LISA orbit selection and stability. *Class Quantum Grav*, 1997, 14: 1405–1410
- 329 Cutler C. Angular resolution of the LISA gravitational wave detector. *Phys Rev D*, 1998, 57: 7089–7102
- 330 Hughes S P. Preliminary optimal orbit design for laser interferometer space antenna (LISA). *25th Annual AAS Guidance and Control Conference*, 2002
- 331 Hechler F, Folkner W M. Mission analysis for the laser interferometer space antenna (LISA) mission. *Adv Space Res*, 2003, 32: 1277
- 332 Dhurandhar S V, Nayak K R, Koshti S, et al. Fundamentals of the LISA stable flight formation. *Class Quantum Grav*, 2005, 22: 481–487
- 333 Hill G W. Researches in the lunar theory. *Am J Math*, 1878, 1: 245–260
- 334 Clohessy W H, Wiltshire R S. Terminal guidance system for satellite rendezvous. *J Aerospace Sci*, 1960, 27: 653–658
- 335 Chiou D W, Ni W T. Astrod orbit simulation and accuracy of relativistic parameter determination. *Adv Space Res*, 2000, 25: 1259–1262
- 336 Chiou D W, Ni W T. Orbit simulation for the determination of relativistic and solar-system parameters for the ASTROD space mission. arXiv: [astro-ph/0407570](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0407570)
- 337 Tang C J, Ni W T. Asteroid perturbations and mass determination for the ASTROD space mission. arXiv: [astro-ph/0407606](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0407606)
- 338 Tang C J, Ni W T. CGC2 ephemeris framework (in Chinese). *Publ Yunnan Obs*, 2002, 3: 21–32 [汤健仁, 倪维斗. CGC2历表框架. 云南天文台台刊, 2002, 3: 21–32]
- 339 Brumberg V A. *Essential Relativistic Celestial Mechanics*. Bristol: Adam Hilger, 1991. 177–178
- 340 Men J R, Ni W T, Wang G. ASTROD-GW mission orbit design. *Proceedings of Sixth Deep Space Exploration Technology Symposium*, 2009. 47
- 341 Men J R, Ni W T, Wang G. Design of ASTROD-GW orbit (in Chinese). *Acta Astron Sin*, 2009, 51: 198–209 [门金瑞, 倪维斗, 王刚. ASTROD-GW轨道设计. 天文学报, 2009, 51: 198–209]
- 342 Men J, Ni W, Wang G. Design of ASTROD-GW orbit. *Chin Astron Astrophys*, 2010, 34: 434–446
- 343 Wang G, Ni W T. ASTROD-GW time delay interferometry (in Chinese). *Acta Astron Sin*, 2011, 52: 427–442 [王刚, 倪维斗. ASTROD-GW时间延迟干涉. 天文学报, 2011, 52: 427–442]
- 344 The Asteroid Orbital Elements Database, <ftp://ftp.lowell.edu/pub/elgb/astorb.html>
- 345 Wu A M, Ni W T. Deployment and simulation of the ASTROD-GW formation. *Int J Mod Phys D*, 2013, 22: 1341005
- 346 Wu A M, Ni W T, Wang G. Formation design for various gravitational wave missions. *67th International Astronautical Congress (IAC)*. Paper No. IAC-16-A2.1.6, 2016
- 347 Wang G, Ni W T, Wu A M. Orbit design and thruster requirement for various constant arm space mission concepts for gravitational-wave observation. *Int J Mod Phys D*, 2020, 29: 1940006, arXiv: [1908.05444](https://arxiv.org/abs/1908.05444)
- 348 Du M, Wu P, Luo Z, et al. Exploring time delay interferometry ranging as a practical ranging approach in the Bayesian Framework. arXiv: [2403.03060](https://arxiv.org/abs/2403.03060) pdf, other
- 349 Wang G. Time delay interferometry with minimal null frequencies. arXiv: [2403.01490](https://arxiv.org/abs/2403.01490)
- 350 Li Z X, Jiao J G, Shi J X, et al. Optimal sensitivity for unequal-arm time-delay interferometry (in Chinese). *J Beijing Normal Univ (Nat Sci)*, 2024, 60: 311–320 [黎志相, 矫佳庚, 石浚希, 等. 不等臂条件下时间延迟干涉法的最优灵敏度曲线. 北京师范大学学报(自然科学版), 2024, 60: 311–320]
- 351 Risquez D, Keil R. GAIA Attitude Model. *Micro-Propulsion Sub-System Technical Report*, Leiden Observatory. GAIA-C2-TN-LEI-DRO-003, 2010
- 352 Touboul P, Métris G, Rodrigues M, et al. Result of the MICROSCOPE weak equivalence principle test. *Class Quantum Grav*, 2022, 39: 204009

- 353 Roslund J D, Cingöz A, Lunden W D, et al. Optical clocks at sea. arXiv: 2308.12457 physics.atom-ph
- 354 Genkina D. Portable optical atomic clock makes its commercial debut. Physics World, 2023, <https://physicsworld.com/a/portable-optical-atomic-clock-makes-its-commercial-debut/>
- 355 Business Wire. Vector Atomic brings world's first rackmount optical clock to market. 2024, <https://www.businesswire.com/news/home/20231113157771/en/Vector-Atomic-brings-world%E2%80%99s-first-rackmount-optical-clock-to-market>
- 356 Grimani C. Implications of galactic and solar particle measurements on board interferometers for gravitational wave detection in space. *Int J Mod Phys D*, 2013, 22: 1341006
- 357 Shaul D, Aplin K, Araujo H, et al. Solar and cosmic ray physics and the space environment: Studies for and with LISA. AIP Conf Proc, 2006, 873: 172–178

## Space gravitational wave detection: Progress and outlook

NI Wei-Tou<sup>1,2\*</sup>

<sup>1</sup> International Centre for Theoretical Physics Asia-Pacific, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China;

<sup>2</sup> Innovation Academy of Precision Measurement Science and Technology (APM), Wuhan Institute of Physics and Mathematics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China

\*Corresponding author (email: [wei-tou.ni@wipm.ac.cn](mailto:wei-tou.ni@wipm.ac.cn))

Space gravitational wave (GW) detection is to detect and measure the distance change between spacecraft/celestial bodies or status change intra spacecraft/celestial body according to the astrodynamical equations of general relativity or a specific gravitational theory. The basic method is using electromagnetic waves (including radio, microwave, light, X-ray,  $\gamma$ -ray, etc.) to Doppler track the spacecraft/celestial body and compare them with the two stable frequency standards (sources) at the emission end and the receiving end, e.g. microwave Doppler tracking, optical clock Doppler tracking, atom-interferometry GW detection, laser-interferometric GW detection. If the emission phases of the electromagnetic waves are unknown, the statistic Doppler tracking method can be used as in the Pulsar Timing Arrays. If the frequency standards at the emission and the receiving ends are not stable enough in the desired detection frequency band, then it is necessary to exploit the generalized Michelson interferometry based on two paths each consisting of multi-segments of Doppler tracking. In this case, the phase (length metrology) noise at the combination end is proportional to the product of laser source frequency noise times the pathlength difference of the two paths, and the two paths need to be carefully designed and evaluated. Each set of two paths is called a TDI (Time-Delay Interferometry) configuration. The study of TDI configurations together with the orbit design and the noise requirement at each optical link and the final spacecraft is called TDI interferometry. The final mission products for scientists to use are TDI phase (range) sequences/spectra. These products are also useful for other gravity measurements or testing specific gravitational theories, e.g. measuring gravitomagnetic effects. The current projects under construction and/or study are mainly using this method of generalized Michelson laser-interferometry which includes AMIGO (Astrodynamical Middle-frequency Gravitational Observatory), BBO (Big Bang Observer), B-DECIGO, DECIGO (Deci-Hertz Gravitational Observatory) and DO (Deci-Hertz Observatory) in middle frequency band (0.1–10 Hz), LISA (Laser-Interferometric Space Antenna) and TAIJI/TianQ in the mHz low frequency band (0.1–100 mHz), and ASTROD-GW (Astrodynamical Space Test of Relativity using Optical Devices dedicated for Gravitational wave detection), Folkner's mission, LISAmx,  $\mu$ Aries and Super-ASTROD (0.1–100  $\mu$ Hz). In this article, we review the current status quo of these space detection methods and present an outlook.

**gravitational waves, space gravitational wave detection, time-delay interferometry (TDI), extended Michelson interferometry, milli-Hertz gravitational waves, micro-Hertz gravitational waves, deci-Hertz gravitational waves, Doppler tracking, optical clock gravitational wave detection, atom interferometry gravitational wave detection**

PACS: 04.80.Nn, 04.80.-y, 95.30.Sf, 95.55.Ym

doi: [10.1360/SSPMA-2024-0186](https://doi.org/10.1360/SSPMA-2024-0186)