

空间引力波探测“太极计划”星间姿态-光程耦合噪声迭代拟合与高精度抑制方法

叶磊巧 杜明辉 徐鹏 高瑞弘

Iterative estimation and precision suppression of inter-spacecraft tilt-to-length coupling noise for the Taiji space gravitational wave detection mission

YE Lei-qiao, DU Ming-hui, XU Peng, GAO Rui-hong

引用本文:

叶磊巧, 杜明辉, 徐鹏, 高瑞弘. 空间引力波探测“太极计划”星间姿态-光程耦合噪声迭代拟合与高精度抑制方法[J]. *中国光学*, 2025, 18(3): 583-595. doi: 10.37188/CO.2025-0042

YE Lei-qiao, DU Ming-hui, XU Peng, GAO Rui-hong. Iterative estimation and precision suppression of inter-spacecraft tilt-to-length coupling noise for the Taiji space gravitational wave detection mission[J]. *Chinese Optics*, 2025, 18(3): 583-595. doi: 10.37188/CO.2025-0042

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.37188/CO.2025-0042>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

面向天基引力波探测的时间延迟干涉技术

Time-delay interferometry for space-based gravitational wave detection

中国光学 (中英文). 2021, 14(2): 275 <https://doi.org/10.37188/CO.2020-0098>

空间引力波探测望远镜光学系统设计

Optical design of space gravitational wave detection telescope

中国光学 (中英文). 2022, 15(4): 761 <https://doi.org/10.37188/CO.2022-0018>

太极计划时钟噪声传递的地面原理验证

Ground-based principle verification of clock noise transfer for the Taiji program

中国光学 (中英文). 2023, 16(6): 1394 <https://doi.org/10.37188/CO.2023-0012>

太极计划中的星间激光测距地面电子学验证

Ground electronics verification of inter-satellites laser ranging in the Taiji program

中国光学 (中英文). 2023, 16(4): 765 <https://doi.org/10.37188/CO.2022-0041>

低灵敏度空间引力波望远镜光学系统设计

Design of optical system for low-sensitivity space gravitational wave telescope

中国光学 (中英文). 2023, 16(6): 1384 <https://doi.org/10.37188/CO.2023-0006>

空间引力波探测前向杂散光测量和抑制

Measurement and suppression of forward stray light for spaceborne gravitational wave detection

中国光学 (中英文). 2023, 16(5): 1081 <https://doi.org/10.37188/CO.2022-0251>

文章编号 2097-1842(2025)03-0583-13

空间引力波探测“太极计划”星间姿态-光程耦合噪声迭代拟合与高精度抑制方法

叶磊巧^{1,2,3,4}, 杜明辉^{4*}, 徐鹏^{1,3,4}, 高瑞弘⁴

(1. 国科大杭州高等研究院 基础物理与数学科学学院, 浙江 杭州 310024;

2. 中国科学院国家空间科学中心, 北京 100190;

3. 中国科学院大学, 北京 100049;

4. 中国科学院力学研究所 引力波实验中心, 北京 100190)

摘要: 太极空间引力波探测任务采用激光干涉方法测量由引力波引起的皮米尺度距离变化。卫星和可移动光学组件 (MOSA) 的姿态抖动引起的星间姿态-光程耦合噪声 (TTL), 将显著降低对引力波信号的灵敏度。为此, 需要在数据处理阶段拟合和扣除 TTL 噪声。本文针对卫星和 MOSA 的姿态抖动, 提出了一种星间 TTL 噪声抑制算法。首先, 对 TTL 噪声进行一阶线性近似建模, 并引入时间延迟干涉 (TDI) 组合中, 得到它在 TDI 输出中的表现形式; 接着, 通过比较 TDI 数据与 TDI 组合后的 TTL 噪声模型, 建立似然函数; 然后, 通过极大似然法初步估计 TTL 耦合系数, 从 TDI 数据中扣除初步拟合的 TTL 噪声, 可估计出残余底噪的统计性质并重新代入似然函数, 再次执行 TTL 耦合系数的极大似然估计; 将上述步骤迭代 10 次, 可获得精确的底噪模型; 最后, 通过马尔可夫链蒙特卡洛 (MCMC) 方法得到 TTL 系数的后验分布, 完成 TTL 噪声的精确拟合, 从而实现噪声的有效抑制。结果表明, 80% 以上的系数估计值都在 3 个标准差内, 80% 以上的系数估计与真值相差小于 0.1 mm/rad。对于不同水平的 TTL 系数, 抑制后的残余 TTL 噪声都比次级噪声低一个量级, 具有一定鲁棒性, 尤其适用于底噪模型未知的实际探测场景, 满足空间引力波探测需求。

关键词: 空间引力波探测; 姿态-光程耦合噪声; 时间延迟干涉

中图分类号: TP394.1; TH691.9 文献标志码: A doi: 10.37188/CO.2025-0042 CSTR: 32171.14.CO.2025-0042

收稿日期: 2025-03-08; 修订日期: 2025-03-31

基金项目: 国家重点研发计划 (No. 2021YFC2201903, No. 2021YFC2201901)

Supported by National Key Research and Development Program of China (No. 2021YFC2201903, No. 2021YFC2201901)

Iterative estimation and precision suppression of inter-spacecraft tilt-to-length coupling noise for the Taiji space gravitational wave detection mission

YE Lei-qiao^{1,2,3,4}, DU Ming-hui^{4*}, XU Peng^{1,3,4}, GAO Rui-hong⁴

(1. *School of Fundamental Physics and Mathematical Science, Hangzhou Institute for Advanced Study, UCAS, Hangzhou 310024, China;*

2. *National Space Science Center, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China;*

3. *University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;*

4. *Center for Gravitational Wave Experiment, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)*

* *Corresponding author, E-mail: duminghui@imech.ac.cn*

Abstract: The Taiji space gravitational wave detection mission employs laser interferometry to measure picometer-level distance variations induced by gravitational waves. Attitude jitter in both satellites and movable optical subassemblies (MOSA) generates tilt-to-length (TTL) coupling noise that critically degrades detection sensitivity. Therefore, it is necessary to fit and subtract TTL noise during the data processing stage. To address this challenge, we propose an iterative TTL noise suppression algorithm for post-processing. First, a first-order linear approximation model of TTL noise is established and incorporated into the time-delay interferometry (TDI) combinations to derive its expression in TDI outputs. We subsequently perform initial maximum likelihood estimation of the TTL coupling coefficients, subtract the preliminary TTL noise estimate from the TDI data to characterize the residual baseline noise statistics, and reincorporate these statistics into the updated likelihood function for subsequent TTL coefficient estimation. Through ten iterative cycles, we achieve a refined baseline noise model. Finally, The posterior distribution of the TTL coefficients is obtained via the Markov Chain Monte Carlo (MCMC) method, thereby accomplishing the precise fitting of the TTL noise and consequently achieving effective noise suppression. Results demonstrate that over 80% of estimated coefficients fall within three standard deviations, and more than 80% of the coefficient estimates deviate from the true values by less than 0.1 mm/rad. For various levels of TTL coefficients, the residual TTL noise after suppression is one order of magnitude lower than the secondary noise, demonstrating a certain degree of robustness. This is particularly applicable to real detection scenarios where the noise floor model is unknown, meeting the requirements for space-based gravitational wave detection.

Key words: space gravitational wave detection; tilt-to-length coupling noise; time-delay interferometry

1 引言

引力波是爱因斯坦广义相对论的关键预言之一。依据广义相对论,引力波是时空曲率的涟漪,在真空中以光速传播。引力波的直接探测不仅将对现代引力理论进行更为精确的检验,还将

为天文学和宇宙学研究开启全新的观测窗口^[1-2]。地面引力波观测站受限于不可避免的重力梯度噪声以及干涉仪尺度的物理约束,其目标频段主要局限于 1 Hz 以上的高频^[3]。空间引力波探测摆脱了这些限制,凭借数十至数百万公里的臂长能够探测到中低频段(0.1 mHz~ 1 Hz)的引力波^[4]。中低频引力波源的特征质量较大,因而产生的引力

波强度较强,探测中低频引力波在宇宙学和天体物理学领域具有更为丰富和深刻的意义^[5-6]。

太极计划是由中国科学院发起的空间引力波探测项目^[7],它最终将发射三颗卫星进入日心轨道,采用间距300万公里的正三角形编队,其中心超前地球约20°^[8-9]。每颗卫星上携带有2套惯性传感器、2套光学平台系统和2个望远镜系统。在每套惯性传感器中,均悬浮有1个测试质量,作为惯性基准。引力波将导致不同卫星上的测试质量之间的距离发生皮米级的位移。通过激光外差干涉测距技术,可以精确探测到这种位移导致的激光相位偏移,进而实现对引力波信号的有效识别^[10-14]。

由于无法始终保持理想的等臂长条件,激光频率噪声成为空间引力波探测任务中的主要噪声源。这种噪声的强度比目标引力波信号高出约6~8个数量级^[15-16]。可以通过时间延迟干涉(time-delay interferometry, TDI)算法构建虚拟等臂干涉仪来对激光频率噪声进行有效的抑制^[17-21]。在抑制激光频率噪声之后,仍有若干噪声源超过太极任务的灵敏度要求,其中主要的一种是姿态-光程(Tilt-to-Length, TTL)耦合噪声。TTL噪声由卫星和光学平台的角抖动或平动引起,这些因素会导致光程波动,进而影响干涉仪的相位读出。在技术层面上,完全消除TTL耦合噪声所必需的光学元件对准精度是难以实现的。在硬件设计阶段干涉仪对准优化后,预期TTL噪声处于20~200 pm/ $\sqrt{\text{Hz}}$ 水平,这依然超出了太极计划所设定的噪声指标^[22-25]。另外,上述角抖动可以通过差分波前传感技术(differential wavefront sensing, DWS)测量读出,使得拟合TTL噪声成为可能。因此可在数据处理阶段通过拟合和扣除TTL噪声,增强对引力波信号的探测灵敏度^[26-27]。

国际上目前主流的TTL噪声抑制方案主要有以下几个步骤:首先,利用一阶(线性)近似对TTL噪声进行建模,并将其整合入TDI组合中。其次,通过对比模型与实测数据的TDI组合,构建似然函数(或损失函数)。最终,通过极大似然估计来估算TTL耦合系数。将拟合得到的TTL噪声从TDI输出信号中扣除,以此实现较好的噪声抑制效果^[28-29]。2022年,George D等人^[30]利用Fisher信息矩阵分析计算了TTL噪声系数估计

可能达到的最小不确定度。2023年,Houba N等人^[31]首次将TDI-infinity应用于LISA任务中的TTL噪声估计。2024年,Hartig M S等人^[32]通过在仿真分析中引入4种不同引力波信号以分析引力波信号对TTL噪声拟合与扣除的影响。然而,上述研究都有一定的局限性。例如,根据匹配滤波原理,构造似然函数时,需要已知底噪(即所谓的次级噪声,主要包括干涉仪的光学测量系统噪声和测试质量的加速度噪声)的功率谱密度(power spectral density, PSD)。然而实际探测中TTL噪声的幅度比底噪幅度大一个数量级左右,原则上并不能在抑制TTL噪声前,预先得知底噪的PSD。

本文提出并验证了一种抑制TTL噪声的方法,并试图解决上述局限性,以满足太极计划的噪声需求。

2 TTL噪声建模与仿真

2.1 TTL噪声及其建模

太极计划编队星座由三颗卫星(spacecraft, SC)组成,如图1所示。每个卫星配备两个可移动光学组件(movable optical subassembly, MOSA)。每个MOSA则主要包含一套望远镜(Tel)、一部光学平台(OB)以及一套静电悬浮惯性传感器及其核心测试质量(TM)。为了后续表达与计算方便,对命名作出规定。如图1所示,三颗卫星按顺时针方向排列为SC1、SC2、SC3。每个MOSA用两个字母*i*和*j*表示,其中*i*表示MOSA所在的卫星编号,*j*表示正对的远方MOSA所在卫星的编号。MOSA内包含的子系统组件以及相位计读数编号与该MOSA相同。对于星间激光测量链路传输臂 \vec{L}_{ij} 的记法规定有所不同,*j*表示激光传输的起始卫星编号,而*i*表示终点卫星编号。

在太极任务正常科学运行期间,原则上无拖曳与姿态控制系统(drag-free attitude control system, DFACS)将控制卫星在测量敏感轴向上(星间激光链路方向)跟随该星配置的测试质量,保障测试质量在敏感轴向上保持引力场中的自由下落状态,同时维持星间指向的跟瞄与激光测量链路的稳定。在太阳系天体引力与空间环境非保守力作用下,在这一持续的控制过程中,测试质量、

MOSA 系统以及卫星平台姿态不可避免地会发生相对局部惯性参考系或者相对彼此的抖动,从而在激光干涉测量中引入 TTL 耦合噪声。在图 2 中给出示例,图中 MOSA 系统与光学平台相对于入射激光的姿态发生改变,产生了额外的光程差。基于科学运行时惯性传感器的测控模式^[33],测试质量的姿态在静电驱动控制下紧密跟随卫星的姿态,因此测试质量干涉仪的 TTL 噪声比星间 TTL 噪声小得多^[34-35],可以忽略不计,本文将主要考虑星间科学干涉仪(inter-Satellite Interferometer, ISI)中 TTL 耦合噪声的拟合与抑制。

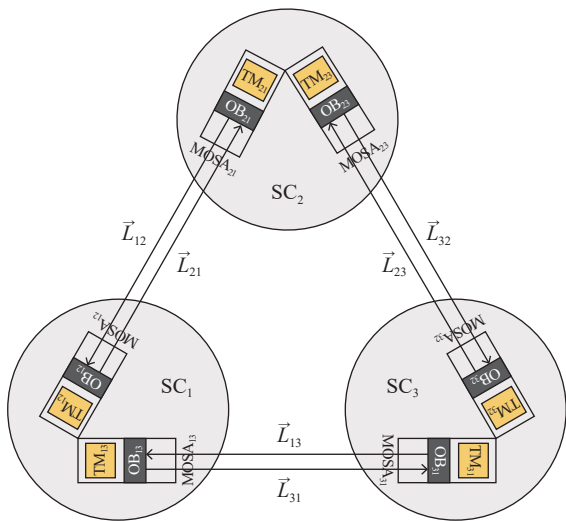


图 1 太极计划三星编队示意图与标号规定
Fig. 1 Schematic diagram and labeling conventions for the three-satellite formation of Taiji program

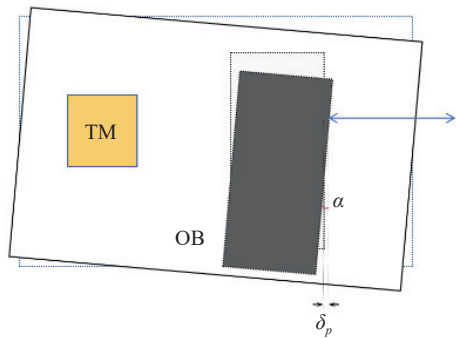


图 2 TTL 耦合噪声产生示例图
Fig. 2 Illustration for the TTL coupling noise

本文中,为研究 TTL 噪声对星间科学干涉仪测量的影响,为每个 SC 和 MOSA 建立如下坐标系。对于每个 SC 坐标系,其 x 轴平行于顶角角平分线,指向等边三角形星座的中心, y 轴在星座平面内且垂直于 x 轴, z 轴垂直于 $x-y$ 平面(指向

纸面外),构成右手系。对于每个 MOSA 系统,其坐标系 x 轴沿望远镜的光轴方向, y 轴在星座平面内且垂直于 x 轴, z 轴垂直于 $x-y$ 平面(指向纸面外),构成右手系。以 SC1 为例,上述三个坐标系如图 3 所示。 θ 、 η 、 φ 分别表示绕 x 、 y 和 z 轴的旋转角,以逆时针方向为正方向。需要注意的是,这里所定义的 SC 的姿态抖动是相对于惯性系(inertial frame, IF)而言的,而 MOSA 的姿态抖动则是相对于 SC 的。两者相加最终得到本地 MOSA 系统敏感测量方向或者望远镜光轴方向相对惯性系的姿态抖动。

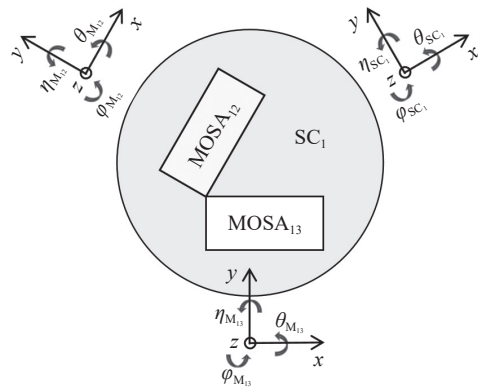


图 3 MOSA₁₂、MOSA₁₃ 和 SC₁ 的坐标系
Fig. 3 The coordinate system of SC₁ and the two MOSAs mounted on it

以 MOSA_{ij} 相对于惯性系的偏航角 φ (yaw) 的抖动为例:

$$\varphi_{ij} = \varphi_{SC_i} + \varphi_{M_{ij}} + \varphi_n \quad (1)$$

式中 φ_{SC_i} 是卫星 i 相对于局部惯性系的偏航姿态抖动, $\varphi_{M_{ij}}$ 是 MOSA_{ij} 相对于 SC_i 的偏航姿态抖动, φ_n 是测量读出噪声。在实际科学运行中,星间科学干涉仪的俯仰与偏航姿态抖动可通过 DWS 测量技术得到^[36]。该技术通过测量本地激光束和来自远端卫星的激光束干涉后在传感器平面的功率梯度读取两束激光之间的相对倾角。这一测量技术精度极高,上式中的读出噪声水平可达到 $\sim 10^{-1} \text{ nrad}/\sqrt{\text{Hz}}$ 。同样, MOSA 系统相对于惯性系的俯仰姿态抖动 η (pitch), 有:

$$\begin{cases} \eta_{ij} = \eta_{SC_i} \cos 30^\circ - \theta_{SC_i} \sin 30^\circ + \eta_{M_{ij}} + \eta_n \\ \eta_{ik} = \eta_{SC_i} \cos 30^\circ + \theta_{SC_i} \sin 30^\circ + \eta_{M_{ik}} + \eta_n \end{cases} \quad (2)$$

注意这里的 $ij \in \{12, 23, 31\}$ 时适用上式, $ik \in \{13, 21, 32\}$ 时适用下式,即 ij 代表左侧, ik 代表右侧。

由于望远镜主体相对光轴采用对称设计^[37],每个 MOSA 系统绕其 x 方向的转动 θ 所引起的耦合光程噪声很小,从而可以忽略。因此本文主要考虑与 η 、 φ , 也即俯仰与偏航角, 相关的 TTL 耦合噪声。

对于给定的星间干涉测量链路而言, 涉及本地接收端 (R_x) 和远程发射端 (T_x) 两套 MOSA 系统, 因此其 TTL 耦合噪声则包含了 MOSA (R_x) 和 MOSA (T_x) 姿态抖动的共同影响。其中, 相对于接收端 MOSA 系统在 t 时刻的 TTL 效应而言, 远程发射端 MOSA 的 TTL 噪声则产生于更早的时刻, 两者之差为激光信号沿测量链路的传播时间 τ 。

对于任意信号或噪声 $A(t)$, 定义延迟算子为

$$D_{ij}A(t) \equiv A[t - \tau_{ij}(t)] \quad (3)$$

其中, τ_{ij} 表示激光在卫星间传输所需的时间, 即 $\tau_{ij}(t) \equiv |\vec{L}_{ij}(t)|/c$ 。

基于太极计划设计指标, 在无拖曳与姿态控制下维持卫星星间稳定跟瞄与测量方向无拖曳飞行。卫星相对于惯性参考系的抖动水平在 $\sim n\text{rad}/\sqrt{\text{Hz}}$ 水平, 远远小于 1。因此, 可以忽略 TTL 耦合中的依赖于角度的非线性高阶项, 构建 MOSA _{ij} 系统 TTL 噪声的线性模型

$$\xi_{ij}^{\text{TTL}} = C_{ij\eta R_x} \cdot \eta_{ij} + C_{ji\eta T_x} \cdot D_{ij}\eta_{ji} + C_{ij\varphi R_x} \cdot \varphi_{ij} + C_{ji\varphi T_x} \cdot D_{ij}\varphi_{ji} \quad (4)$$

其中, C_{ijkl} 是对应 TTL 噪声中依赖于抖动角度的线性比例系数, $i, j = (1, 2, 3)$, $k = (\varphi, \eta)$, $l = (R_x, T_x)$ 。由此, 针对三星探测编队的 6 个 MOSA 系统, 共

$$\begin{cases} s_{12} = H_{12} + D_{12}p_{21} - p_{12} + D_{12}k_{21}(\vec{n}_{21} \cdot D_{12}\vec{\Delta}_{21} + \vec{n}_{12} \cdot \vec{\Delta}_{12} + \xi_{12}^{\text{TTL}}) \\ \varepsilon_{12} = p_{13} - p_{12} + \mu_{13} + k_{12} \cdot 2\vec{n}_{12}(\vec{\delta}_{12} - \vec{\Delta}_{12}) \\ \tau_{12} = p_{13} - p_{12} + \mu_{13} \\ s_{13} = H_{13} + D_{13}p_{31} - p_{13} + D_{13}k_{31}(\vec{n}_{31} \cdot D_{13}\vec{\Delta}_{31} + \vec{n}_{13} \cdot \vec{\Delta}_{13} + \xi_{13}^{\text{TTL}}) \\ \varepsilon_{13} = p_{12} - p_{13} + \mu_{12} + k_{13} \cdot 2\vec{n}_{13}(\vec{\delta}_{13} - \vec{\Delta}_{13}) \\ \tau_{13} = p_{12} - p_{13} + \mu_{12} \end{cases} \quad (5)$$

其中, s 代表星间干涉仪的读出, ε 代表测试质量干涉仪 (test mass interferometer, TMI) 的读出, τ 代表参考干涉仪 (reference interferometer, RFI) 的读出, H 表示对应测量链路对引力波信号的响应, p 表示激光频率噪声, μ 表示光纤引起的噪声。上

包含 24 个 TTL 耦合系数。

在空间引力波探测任务实际工程研发中, 通过干涉仪的优化设计可以使得上述 TTL 系数在 10 mm/rad 的水平; 而通过望远镜与干涉仪系统的准直调校, 可进一步将 TTL 系数优化至 2.3 mm/rad 水平^[28]。作为不同情况的典型值, 将在后文基于这两个量级水平开展分析。

2.2 第二代时间延迟干涉数据处理

基于空间激光干涉引力波探测任务的具体设计, 星载稳频激光器的频率稳定性 $\sim 30 \text{ Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$ ^[31], 在亚毫赫兹到百毫赫兹的灵敏频段, 星间测量臂的单向单程外差激光干涉测量中频率不稳定性噪声水平相比预期探测灵敏度水平高出 6~8 个量级。为消除这一关键噪声的影响, 在空间引力波探测任务地面数据预处理过程中, 将采用所谓时间延迟干涉数据处理技术, 通过时间上首尾衔接组合多路干涉测量数据构成等效的等臂干涉测量数据, 从而实现激光频率不稳定性噪声的有效消除。在实际运行中, 无论是太阳轨道三星天线如 LISA、太极等任务, 或者地球轨道三星天线如 gLISA 或天琴等任务, 其星座构型都不可能维持理想的等边三角形, 其星间的距离或者测量基线长度的相对变化基本处于百分之几的水平。星座构型的变化相对探测敏感频段而言非常缓慢, 可以认为在星间激光传输的时间内探测臂长的变化速率是恒定的, 此时可以利用第二代时间延迟干涉技术实现频率噪声的有效抑制。

下面以 SC₁ 上的干涉仪为例, 基于测量系统的设计, 原始的激光干涉测量可以表示为:

述测量量单位统一为相位。 $\vec{\Delta}$ 和 $\vec{\delta}$ 分别表示 OB 和测试质量相对局部惯性系位移矢量, \vec{n} 表示对应臂 \vec{L} 方向的单位矢量, k 是载波激光信号的波数。将上式的下标通过“1→2→3→1”的循环变换, 即可得到 SC₂, 以及 SC₃ 的干涉测量数据。

时间延迟干涉的数据处理流程简单来说如下:首先构造中间变量 $\bar{\xi}_{ij}$

$$\bar{\xi}_{ij} = s_{ij} + \frac{D_{ij}k_{ji}}{k_{ij}} \frac{\varepsilon_{ij} - \tau_{ij}}{2} + D_{ij} \frac{\varepsilon_{ij} - \tau_{ij}}{2} \quad (6)$$

以此消除 OB 抖动 $\vec{\Delta}$ 在星间测量中的影响。接下来构造变量 $\bar{\eta}$,从而建立起同一个卫星平台上左手侧与右手侧 MOSA 系统星间激光干涉测量之间的衔接关系

$$\bar{\eta}_{ij} = \bar{\xi}_{ij} + D_{ij} \frac{\tau_{jk} - \tau_{ji}}{2}, \bar{\eta}_{ik} = \bar{\xi}_{ik} + \frac{\tau_{ik} - \tau_{ij}}{2} \quad (7)$$

ij 代表左手侧, ik 代表右手侧。最后构建时间延迟干涉通道的数据组合,并在输出数据中消除激光频率噪声的影响。

以 SC_1 为端点的第二代迈克尔逊时间延迟通道 TDI- X_2 的输出为例

$$X_2 = (1 - D_{12}D_{21} - D_{12}D_{21}D_{13}D_{31} + D_{13}D_{31}D_{12}D_{21}D_{13}D_{31})(\bar{\eta}_{13} + D_{13}\bar{\eta}_{31}) - (1 - D_{13}D_{31} - D_{13}D_{31}D_{12}D_{21} + D_{12}D_{21}D_{13}D_{31}D_{13}D_{31})(\bar{\eta}_{12} + D_{12}\bar{\eta}_{21}) \quad (8)$$

将上式的下标通过“1→2→3→1”的循环变换,即可分别得到以 SC_2 和 SC_3 为端点的另外两个迈克尔逊时间延迟干涉通道 Y_2 和 Z_2 。

下面将分析 TTL 噪声在经过 TDI 通道转换后的结果。式(6)、式(7)所定义的变量组合对科学干涉仪 s_{ij} 中的 TTL 噪声项不会产生影响,即在仅存在 TTL 噪声 ξ 而其他噪声和信号为零的情况下,有 $\bar{\eta}_{ij}^{\text{TTL}} = \xi_{ij}^{\text{TTL}}$ 。因此,可以直接将表达式(4)中定义的 TTL 噪声项带入并替换式(8)中对应的 $\bar{\eta}_{ij}$ 项,即得到了 X_2 通道中的 TTL 噪声表达形式。对于 Y_2, Z_2 中的 TTL 噪声表达式,其计算方法类似。

由测量原理可知, $MOSA_{23}$ 和 $MOSA_{32}$ 的姿态抖动产生的 TTL 噪声不会进入 X_2 通道数据,因此对于 X_2 而言,有 16 个 TTL 噪声项的贡献不为零。为了对所有 TTL 系数进行估计,必须结合另外两个二代迈克尔逊 TDI 通道的测量数据。由于本文中所考虑的 TTL 噪声为角度抖动的线性模型,并且 TDI 处理算法为数据项的线性变换,将 TDI 通道中的总 TTL 噪声建模为分别正比于 24 个 TTL 系数的噪声项的贡献之和。在计算每个 TTL 系数对应的噪声贡献时,其余的系数都

设为零。以 $C_{12\eta Rx}$ 计算为例,结合式(4)、(8),其贡献的 TTL 噪声为

$$X_{C_{12\eta Rx}}^{\text{TTL}} = -(1 - D_{13}D_{31} - D_{13}D_{31}D_{12}D_{21} + D_{12}D_{21}D_{13}D_{31}D_{13}D_{31}) \cdot C_{12\eta Rx} \cdot \eta_{12} \quad (9)$$

则 X_2 通道的 TTL 噪声总和为

$$X_2^{\text{TTL}} = \sum_{ijkl} X_{C_{ijkl}}^{\text{TTL}} \quad (10)$$

同理, Y_2, Z_2 通道的 TTL 噪声计算与此类似。

2.3 数值仿真实验验证

为验证本文所提出的 TTL 噪声迭代拟合与消除方法的有效性,使用的数据仿真生成过程与 TTL 噪声拟合消除算法流程如图 4 所示。如前文所述,需要注意的是,忽略了 TMI 中的 TTL 噪声。在数据仿真中,随机生成了均值为零,标准差为 2.3 mm/rad(或 10 mm/rad)的 24 个 TTL 系数作为真值,并根据式(4)生成相应的 TTL 噪声。这样做的优点是生成的 TTL 系数真值有正有负。采用基于无拖曳姿态控制仿真的太极数值轨道^[38]并以 5 nrad/ $\sqrt{\text{Hz}}$ 的幅度生成姿态抖动数据^[28]。本方法所考虑的噪声可分为两类进行讨论。第一类噪声包括激光频率噪声、时钟噪声以及光学平台位移噪声,其幅度大于次级噪声,但已通过 TDI 技术得以消除。第二类噪声为惯性传感器中测试质量的残余加速度噪声、光学测量系统中的测距读出噪声以及 DWS 读出噪声等次级噪声,其中前两者是制约空间引力波探测次级噪声的主要因素。其他次级噪声还包括各种光程噪声和光纤噪声等。然而,算法所解决的关键问题之一正是噪声谱未知的情况,实际上并不依赖于注入的噪声种类。因此,在数据仿真实验中仅加入具有主要贡献的刺激噪声,即测试质量残余加速度噪声和光学测量系统噪声。

上述这些噪声的时序数据均根据太极任务所设计的 PSD^[11] 模型生成。

$$\begin{aligned} P_{\text{OMS}}(f) &= A_{\text{OMS}}^2 \left[1 + \left(\frac{2 \text{ mHz}}{f} \right)^4 \right], \\ P_{\text{ACC}}(f) &= A_{\text{ACC}}^2 \left[1 + \left(\frac{0.4 \text{ mHz}}{f} \right)^2 \right] \left[1 + \left(\frac{f}{8 \text{ mHz}} \right)^4 \right], \\ P_{\text{DWS}}(f) &= A_{\text{DWS}}^2 \left[1 + \left(\frac{2 \text{ mHz}}{f} \right)^4 \right], \end{aligned} \quad (11)$$

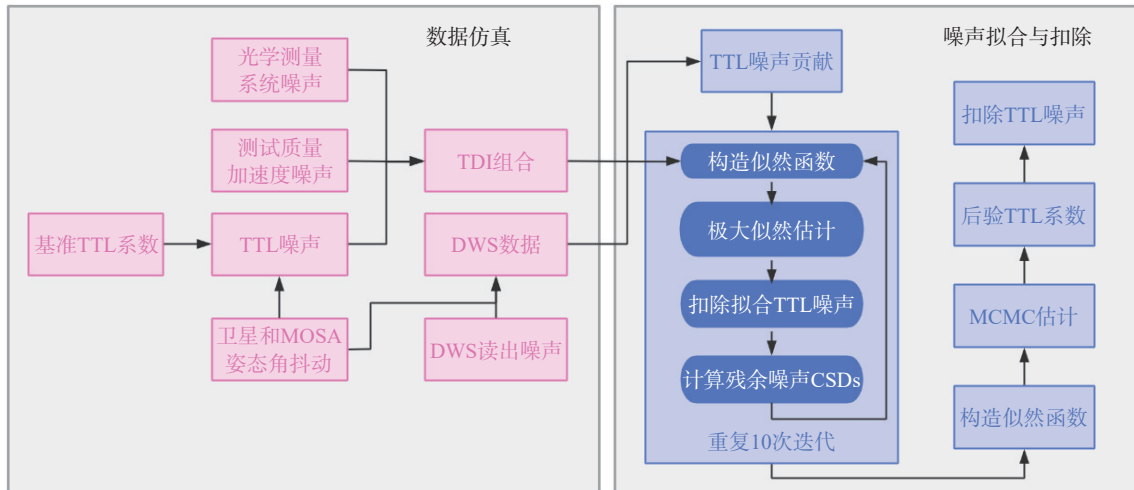


图4 测量数据数值仿真过程与TTL系数迭代拟合与消除抑制算法流程图

Fig. 4 Flowchart for data simulation TTL coefficient estimation and TTL noise subtraction algorithm

其中噪声的幅度分别为 $A_{OMS} = 8 \text{ pm}/\sqrt{\text{Hz}}$, $A_{ACC} = 3 \text{ fm/s}^2/\sqrt{\text{Hz}}$, $A_{DWS} = 0.21 \text{ nrad}/\sqrt{\text{Hz}}$ 。此外, 假设三星的时钟完全同步, 采样频率 f 为 10 Hz 。基准 TTL 系数水平为 2.3 mm/rad 时, 仿真的 TDI- X_2 数据流如图 5(彩图见期刊电子版)所示, 可以看出 TTL 噪声比太极次级噪声预算(图中黑色虚线)高出半个到一个量级左右, 因此在数据预处理过程中对 TTL 噪声进行系数拟合和消除抑制是不可或缺的。

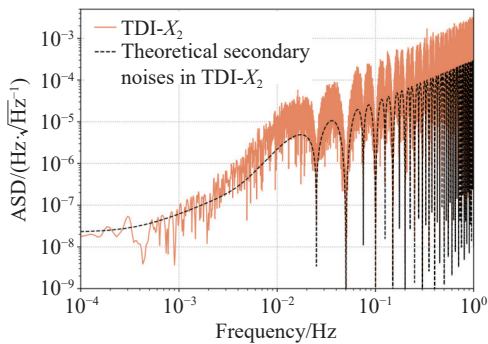


图5 TDI- X_2 数据 ASD 图

Fig. 5 The ASD of simulated TDI- X_2 data stream

3 TTL 噪声抑制算法

3.1 TTL 系数的贝叶斯估计

如 2.2 节所述, 得到了经过 TDI 通道中每个独立系数所对应的 TTL 噪声表达式。给定 TDI 通道输出数据、TTL 噪声模型和 TDI 通道的协方差矩阵, 可以建立如下匹配滤波似然函数:

$$\ln L(C) = -\frac{1}{2}(\tilde{d} - \tilde{h}(C))^H \mathbf{Cov}^{-1}(\tilde{d} - \tilde{h}(C)), \quad (12)$$

其中 $\tilde{d} = [\tilde{X}_2, \tilde{Y}_2, \tilde{Z}_2]$ 是三个二代迈克尔逊 TDI 通道的输出数据, “~”表示取傅立叶变换。 $\tilde{h} = [\tilde{X}_2^{\text{TTL}}, \tilde{Y}_2^{\text{TTL}}, \tilde{Z}_2^{\text{TTL}}]$ 是由系数 $C = \{C_{ijkl}\}$ 贡献的 TTL 噪声数据。协方差矩阵 \mathbf{Cov} 描述了不同 TDI 通道之间噪声关联程度, 用于量化噪声的统计特性, 表示为

$$\mathbf{Cov} = \begin{bmatrix} C_{X_2X_2} & C_{X_2Y_2} & C_{X_2Z_2} \\ C_{Y_2X_2} & C_{Y_2Y_2} & C_{Y_2Z_2} \\ C_{Z_2X_2} & C_{Z_2Y_2} & C_{Z_2Z_2} \end{bmatrix}. \quad (13)$$

以 X_2, Y_2 通道为例,

$$C_{X_2Y_2} = \frac{1}{4\Delta f} S_{X_2Y_2}, \quad (14)$$

其中 $S_{X_2Y_2}$ 是通道 X_2, Y_2 的相关谱密度 (Correlation spectral density, CSD), Δf 为频率分辨率, 等于数据时长的倒数。实际探测中, 由于 TTL 噪声的幅度预计高于本底噪声的幅度, 因此在 TTL 噪声抑制之前, 无法预先确定本底噪声的协方差矩阵。这正是本文提出的算法所致力于解决的关键问题。传统方法通常假设次级噪声为简单的“白噪声”(即噪声强度在所有频率上相同, 且通道间无关联)。但在实际任务中, 由于 TTL 噪声强度远高于次级噪声, 直接套用白噪声模型会导致参数估计误差增大。为了提高拟合 TTL 系数的精度, 针对上述方案的局限性, 本研究提出了迭代底噪的优化策略:

(1) 初始估计: 基于白噪声假设, 通过使用差

分进化算法进行最大似然估计 (Maximum likelihood estimation, MLE)^[39], 初步估算 TTL 系数;

(2) 噪声初步扣除: 从数据中减去初步估计的 TTL 噪声, 得到残余噪声;

(3) 噪声特性更新: 分析残余噪声的频谱特性, 利用计算得到的更新后的 CSD 数据重新构建新的似然函数;

(4) 迭代优化: 重复上述步骤, 逐步修正 TTL 系数与底噪 CSD 的估计值

为了确定 TTL 系数估计的置信区间及每 2 个系数间的协方差, 在 MLE 后还需要进一步基于马尔可夫链蒙特卡罗 (Markov Chain Monte Carlo, MCMC) 采样技术进行参数估计。使用多功能采样器 Eryn, 并在马尔可夫链的随机游走中选取 emecc 移动策略^[40-41]。

综上所述, 本文 TTL 噪声拟合与抑制方法的完整过程可以分为以下步骤。首先, 通过 DWS 读出数据获得正比于 TTL 系数的 24 个噪声项,

$$\ln L(C) = -2 \int_{f_{\min}}^{f_{\max}} df \frac{|\tilde{X}(f) - \tilde{X}^{\text{TTL}}(f; C)|^2}{P_{X_2}^{\text{2nd}}(f)} = -2 \int_{f_{\min}}^{f_{\max}} df \frac{|\tilde{X}^{\text{2nd}}(f) + \tilde{X}^{\text{TTL}}(f; C_0) - \tilde{X}^{\text{TTL}}(f; C)|^2}{P_{X_2}^{\text{2nd}}(f)} =$$

$$-2 \int_{f_{\min}}^{f_{\max}} df \frac{\left| \tilde{X}^{\text{2nd}}(f) - \sum_{ijkl} \tilde{X}_{C_{ijkl}}^{\text{TTL}}(f) \Delta C_{ijkl} \right|^2}{P_{X_2}^{\text{2nd}}(f)} \approx - \sum_{f_a} 1 + \frac{2\Delta f \left| \sum_{ijkl} \tilde{X}_{C_{ijkl}}^{\text{TTL}}(f_a) \Delta C_{ijkl} \right|^2}{P_{X_2}^{\text{2nd}}(f_a)}, \quad (15)$$

其中, 数据 $\tilde{X}(f)$ 是次级噪声 \tilde{X}^{2nd} 和 TTL 噪声 \tilde{X}^{TTL} 的总和, $P_{X_2}^{\text{2nd}}$ 是次级噪声的 PSD。估计的 TTL 系数 C 与真值 C_0 的偏差表示为 ΔC , $\tilde{X}_{C_{ijkl}}^{\text{TTL}}$ 则是式 (9) 中定义的对应该系数的 TTL 噪声贡献。利用 TTL 噪声与次级噪声之间的统计独立性, 得出上式最后一行的结果。FIM 对角元素通过对似然函数求二阶导数求得, 这些元素反映了每个 TTL 系数的估计精度——元素值越大, 说明该参数的估计精度越高。其表达式为:

$$\Gamma_{C_{ijkl} C_{ijkl}} = - \left\langle \frac{\partial^2 \ln L(C)}{\partial C_{ijkl}^2} \right\rangle \approx \sum_{f_a} \left\langle \frac{4\Delta f \left| \tilde{X}_{C_{ijkl}}^{\text{TTL}}(f_a) \right|^2}{P_{X_2}^{\text{2nd}}(f_a)} \right\rangle \approx$$

$$\sum_{f_a} \frac{2P_{X_2}^{C_{ijkl}}(f_a)}{P_{X_2}^{\text{2nd}}(f_a)}, \quad (16)$$

其中 $P_{X_2}^{C_{ijkl}}$ 为 $\tilde{X}_{C_{ijkl}}^{\text{TTL}}$ 的 PSD。以 $C_{12\eta\text{Rx}}$ 为例,

$$\Gamma_{C_{12\eta\text{Rx}} C_{12\eta\text{Rx}}} \approx 2 \sum_{f_a} \frac{P_{X_2}^{C_{12\eta\text{Rx}}}(f_a)}{P_{X_2}^{\text{2nd}}(f_a)} \approx \frac{N_f}{2} \left(\frac{A_\eta}{A_{\text{OMS}}} \right)^2, \quad (17)$$

利用式 (12) 构造似然函数。其次, 经过多次 MLE 迭代, 可以得到一个更为精确的底噪 CSD, 并利用其构建最终的似然函数。最后, 进行 MCMC 估计, 获得 24 个系数的精确估计值, 同时确定其置信区间以及系数之间的协方差。最终获得消除 TTL 噪声的 TDI 输出数据集。太极和 LISA 任务的敏感频段为 0.1 mHz~1 Hz, 大多数目标引力波信号集中于此频段, 且太极的主要目标信号在偏低频段。因此, 为了将引力波信号的潜在影响降至最低, 仅使用 0.05~0.5 Hz 频段的数据来进行 TTL 噪声系数估计。

3.2 Fisher 信息矩阵理论分析

本研究提出的基于贝叶斯统计推断框架, 其独特优势在于能够借助 Fisher 矩阵理论对估计精度进行预测。本节通过理论分析给出本文 TTL 系数拟合方法的精度估算。采用 Fisher 信息矩阵 (FIM) 来量化系数估计的不确定性。以 TDI- X_2 通道为例, 其似然函数为:

其中 N_f 为频域数据点的个数。上式计算是在频段 $f \in [0.05, 0.5]$ Hz 内进行的, 而这个频段内 OMS 的读出噪声占主导地位, DWS 噪声较小可以忽略。同时假设 OMS 读出噪声和角抖动均为白噪声, 幅值分别为 A_{OMS} 和 A_η 。若假设系数之间弱相关, 以 $C_{12\eta\text{Rx}}$ 为例, 其不确定度下限为

$$\sigma_{C_{12\eta\text{Rx}}} \geq (\Gamma_{C_{12\eta\text{Rx}} C_{12\eta\text{Rx}}})^{-1/2} \approx$$

$$\frac{A_{\text{OMS}}}{A_\eta} \sqrt{\frac{2}{N_f}} = \frac{A_{\text{OMS}}}{A_\eta} \sqrt{\frac{2}{(f_{\max} - f_{\min})T}}. \quad (18)$$

根据 FIM 的统计解释, $\sigma_{C_{12\eta\text{Rx}}}$ 与数据时长 T 的平方根成反比, 这与本文的预期一致。若 T 为 1 天, $A_{\text{OMS}} = 8 \text{ pm}/\sqrt{\text{Hz}}$, $A_\eta = 1 \text{ nrad}/\sqrt{\text{Hz}}$, 则有 $\sigma_{C_{12\eta\text{Rx}}} \geq 0.057 \text{ mm/rad}$ 。此时拟合扣除后的残余 TTL 噪声水平将远低于次级本底噪声水平, 满足任务需求。

此外, 在本研究方法中, 由于 TTL 贡献 $\tilde{X}_{C_{ijkl}}^{\text{TTL}}$ 与对应角抖动 A_k ($k = \eta, \varphi$) 成正比, 在乘以 $\sigma_{C_{ijkl}}$ 并

对 $ijkl$ 求和后,理论上,残余 TTL 噪声应与 A_k 大小无关。同时因为系数 C_{ijkl} 并未出现在式(18)中,残余噪声也与其大小无关。这进一步论证本文方法具有良好的稳健性。

4 实验结果

本节将给出本文 TTL 拟合消除方法的数值仿真实验验证结果。在第一次 MLE 中,似然函数中的次级底噪 PSD 预设为 $1 \text{ Hz}^2/\text{Hz}$,实际上并不影响似然函数最大化。第一次 MLE 的估计精度在量级上基本与国际主流方法持平。通过逐步迭代,预计 TTL 系数的 MLE 估计值将逐渐收敛,本文选择 10 次迭代。对于基准 TTL 系数标准差为 2.3 mm/rad 的情况,迭代过程如图 6(彩图见期刊电子版)所示,其中绿线代表每次迭代结果中 24 个估计系数与真值的方差,橙线代表每次迭代得到的系数与上一步迭代得到的系数的标准差。TTL 系数真值、第一次 MLE 后的系数估计以及最终 MCMC 的系数估计结果如表 1 所示。

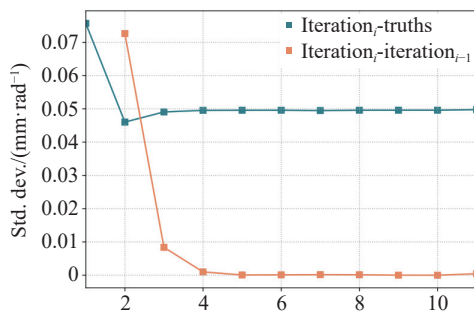


图 6 迭代过程
Fig. 6 The iteration process

通过图 6 和表 1 可以发现,估计的 TTL 系数能够收敛,且最终 MCMC 参数估计结果总体比第一次 MLE 估计更为精确。在之前的研究^[28]中,TTL 系数相对误差在 1.5% 水平,而本实验的系数相对误差为 1% 量级。在最终 MCMC 参数估计的结果中,80% 以上的系数估计与真值相差小于 0.1 mm/rad ,而在第一次 MLE 的结果中这一比例只有 60%。最终 MCMC 参数估计 24 个 TTL 系数的后验分布如图 7(彩图见期刊电子版)所示。其中,有 50% 以上的系数估计值在 1 个标准差以内,80% 以上的系数估计值在 3 个标准差以内。

表 1 系数真值与估计结果 (单位: mm/rad)
Tab. 1 True value and estimated result of the coefficients (unit: mm/rad)

系数	真值	第一次 MLE 结果	第一次 MLE 误差	最终 MCMC 估计结果	最终 MCMC 估计误差
$C_{12\varphi Tx}$	2.168	2.275	0.107	2.173	0.005
$C_{13\varphi Tx}$	-0.086	0.082	0.168	-0.121	-0.035
$C_{23\varphi Tx}$	5.811	5.847	0.037	5.689	-0.121
$C_{21\varphi Tx}$	2.624	2.640	0.017	2.535	-0.089
$C_{31\varphi Tx}$	-1.304	-1.313	-0.009	-1.306	-0.001
$C_{32\varphi Tx}$	-4.760	-4.801	-0.041	-4.770	-0.010
$C_{12\eta Tx}$	3.885	3.973	0.088	3.939	0.054
$C_{13\eta Tx}$	-2.161	-2.220	-0.058	-2.175	-0.014
$C_{23\eta Tx}$	3.055	3.014	-0.041	3.021	-0.034
$C_{21\eta Tx}$	-2.748	-2.890	-0.142	-2.776	-0.028
$C_{31\eta Tx}$	3.673	3.697	0.023	3.669	-0.004
$C_{32\eta Tx}$	-2.287	-2.202	0.085	-2.260	0.027
$C_{12\varphi Rx}$	-4.826	-4.852	-0.025	-4.805	0.022
$C_{13\varphi Rx}$	-2.568	-2.737	-0.168	-2.576	-0.007
$C_{23\varphi Rx}$	-3.145	-3.072	0.073	-3.039	0.106
$C_{21\varphi Rx}$	1.119	1.129	0.010	1.237	0.118
$C_{31\varphi Rx}$	1.652	1.693	0.041	1.651	-0.001
$C_{32\varphi Rx}$	-4.330	-4.304	0.025	-4.306	0.023
$C_{12\eta Rx}$	0.236	0.354	0.118	0.285	0.049
$C_{13\eta Rx}$	-2.116	-2.118	-0.002	-2.120	-0.004
$C_{23\eta Rx}$	4.021	3.984	-0.037	4.005	-0.016
$C_{21\eta Rx}$	0.244	0.313	0.069	0.230	-0.013
$C_{31\eta Rx}$	6.298	6.279	-0.019	6.271	-0.027
$C_{32\eta Rx}$	-0.318	-0.336	-0.018	-0.315	0.003

TDI- X_2 通道的 TTL 噪声抑制结果如图 8(彩图见期刊电子版)所示。其中橙线和绿线分别表示 X_2 通道输出数据在扣除 TTL 噪声前后的幅度谱密度(Amplitude spectral density, ASD)。图中用虚线表示理论次级本底噪声幅度,作为 TTL 噪声扣除精度的参考标准。经过扣除后的残余 TTL 噪声表示为灰线。为清晰呈现噪声与信号的频谱特性,上述 ASD 曲线均采用平均 Welch 方法计算。可以发现,扣除后的残余 TTL 噪声的幅度水平比次级本底噪声低一个数量级以上,同时满足 LISA 和 Taiji 任务的探测需求。

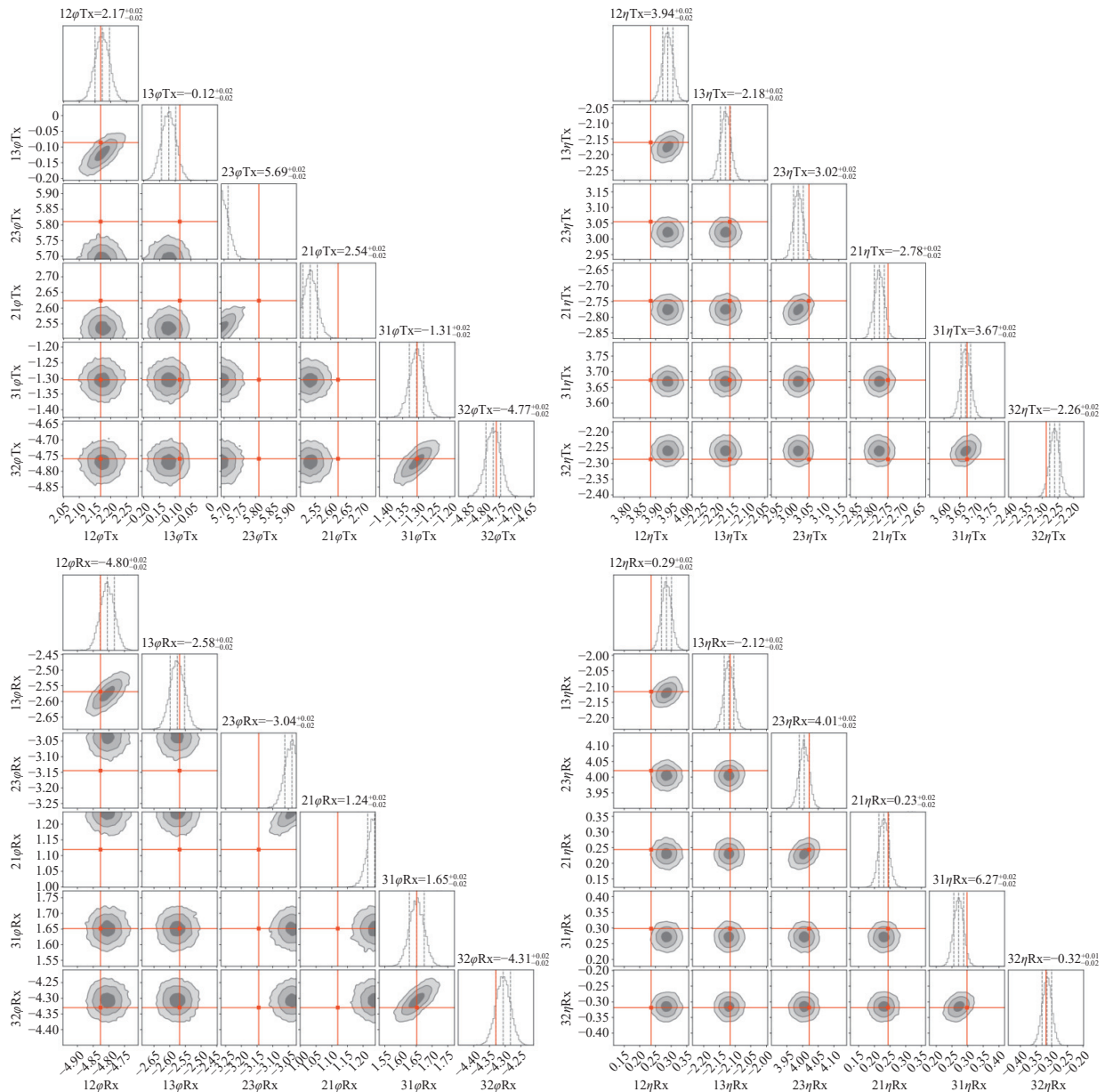


图 7 24 个 TTL 系数的后验分布

Fig. 7 Posterior distributions of the 24 TTL coefficients

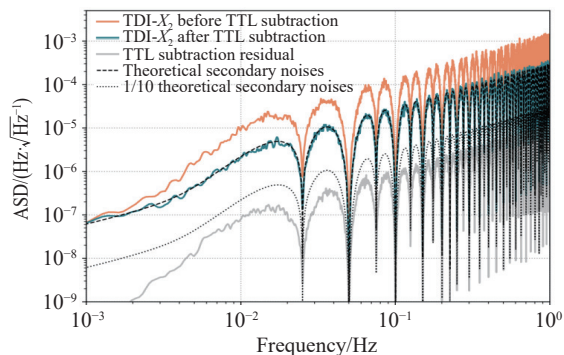


图 8 基准 TTL 噪声系数为 2.3 mm/rad 时 X_2 通道的噪声抑制结果

Fig. 8 The subtraction results of the X_2 channel with fiducial TTL coefficients at the 2.3 mm/rad level

为了考虑望远镜可能存在的安装对准误差或者缺陷,针对基准 TTL 噪声系数水平提升至 10 mm/rad 量级的情况完成同样的数值仿真验证。在运行了完全相同的 TTL 噪声迭代拟合与抑制流程后,结果如图 9(彩图见期刊电子版)所示。可以看到残余 TTL 噪声水平仍比次级本底噪声低一个数量级以上。

结合前文的分析,数值仿真实验验证了本文提出的算法具有较广泛的适应性和稳健性,可适用于不同的载荷装调误差对应的不同的 TTL 噪声水平情况。

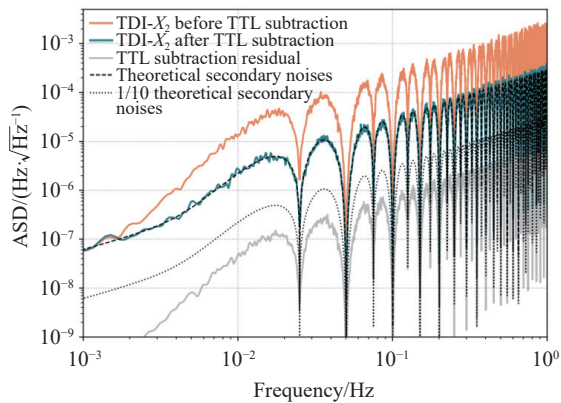


图9 基准TTL噪声系数为10 mm/rad时 X_2 通道的噪声抑制结果

Fig. 9 The subtraction results of the X_2 channel with fiducial TTL coefficients at the 10 mm/rad level

5 结论

在空间引力波探测任务中,经过TDI处理抑制激光频率噪声后,TTL噪声将是主要的噪声源之一。本文设计了一套用于迭代拟合与数据扣除的TTL噪声的抑制算法,旨在数据预处理阶段有效抑制TTL噪声的影响,保障任务的最终感测灵敏度。

针对卫星和MOSA的姿态抖动,结合了第二代TDI数据观测量,推导了TTL耦合噪声模型。此外,本文算法通过迭代方式实现了次级本底噪声CSD与TTL系数的同步估计,有效解决了任务实际运行中本底噪声预先不可知的问题。在迭

代过程后需进行MCMC参数估计,以更精确地估计TTL系数并获取其置信区间。

通过Fisher信息分析,从理论上评估了系数估计的不确定性,在线性模型下,发现TTL系数及角抖动的幅度均不会对TTL噪声抑制结果产生显著影响。这一结论表明,本文提出的算法具有较广泛的适应性和稳健性。在数据仿真实验中,考虑引力波信号的存在对噪声抑制的潜在影响,只采用了0.05 Hz~0.5 Hz频段的数据来进行系数估计。在TTL系数水平为2.3 mm/rad的实验中,通过最终MCMC参数估计得到了估计系数的后验分布,其中80%以上的系数估计与真值相差小于0.1 mm/rad,有50%以上的系数估计在1个标准差以内,80%以上的系数在3个标准差以内。对于2.3 mm/rad和10 mm/rad两种水平的基准TTL系数,扣除后的残余TTL噪声均比次级噪声低一个数量级以上,满足空间引力波任务的要求。

总的来说,本文提出的算法具有以下优势:(1)本文的方法基于贝叶斯统计推断框架,可通过Fisher矩阵理论预测估计精度,且预测结果表明,本文方法可适用于不同的TTL噪声水平;(2)数值仿真实验表明本文迭代算法对估计精度具有显著的提升效果;(3)增加了对于存在引力波信号情况的针对性改进,并通过理论分析和数值仿真结果共同表明,本文算法对于不同的TTL噪声水平均具有广泛的适应性和稳健性。

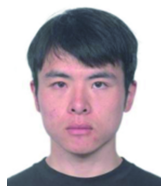
参考文献:

- [1] SATHYAPRAKASH B S, SCHUTZ B F. Physics, astrophysics and cosmology with gravitational waves[J]. *Living Reviews in Relativity*, 2009, 12(1): 2.
- [2] GONG X F, XU SH N, YUAN Y F, et al.. Laser interferometric gravitational wave detection in space and structure formation in the early universe[J]. *Chinese Astronomy and Astrophysics*, 2015, 39(4): 411-446.
- [3] AASI J, ABBOTT B P, ABBOTT R, et al.. Advanced LIGO[J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2015, 32(7): 074001.
- [4] BABAK S, GAIR J, SESANA A, et al.. Science with the space-based interferometer LISA. V. Extreme mass-ratio inspirals[J]. *Physical Review D*, 2017, 95(10): 103012.
- [5] BERTI E, CARDOSO V, WILL C M. Gravitational-wave spectroscopy of massive black holes with the space interferometer LISA[J]. *Physical Review D*, 2006, 73(6): 064030.
- [6] SCHUTZ B F. Introduction to the analysis of low-frequency gravitational wave data[J]. arXiv: gr-qc/9710080, 1997.
- [7] CYRANOSKI D. Chinese gravitational-wave hunt hits crunch time[J]. *Nature*, 2016, 531(7593): 150-151.
- [8] HU W R, WU Y L. The Taiji Program in Space for gravitational wave physics and the nature of gravity[J]. *National Science Review*, 2017, 4(5): 685-686.
- [9] 罗子人,张敏,靳刚,等.中国空间引力波探测“太极计划”及“太极1号”在轨测试[J].深空探测学报,2020,7(1):3-10.

- LUO Z R, ZHANG M, JIN G, *et al.*. Introduction of Chinese space-borne gravitational wave detection program “Taiji” and “Taiji-1” satellite mission[J]. *Journal of Deep Space Exploration*, 2020, 7(1): 3-10. (in Chinese).
- [10] CAI R G, CAO ZH J, GUO Z K, *et al.*. The gravitational-wave physics[J]. *National Science Review*, 2017, 4(5): 687-706.
- [11] LUO Z R, GUO Z K, JIN G, *et al.*. A brief analysis to Taiji: science and technology[J]. *Results in Physics*, 2020, 16: 102918.
- [12] LUO Z R, WANG Y, WU Y L, *et al.*. The Taiji program: a concise overview[J]. *Progress of Theoretical and Experimental Physics*, 2021, 2021(5): 05A108.
- [13] LUO Z R, ZHANG M, WU Y L. Recent status of Taiji program in China[J]. *Chinese Journal of Space Science*, 2022, 42(4): 536-538.
- [14] ZHAO M Y, PENG X D, YANG ZH, *et al.*. Preliminary simulation of intersatellite laser interference link for the Taiji program[J]. *Journal of Astronomical Telescopes, Instruments, and Systems*, 2022, 8(3): 038002.
- [15] TINTO M, ARMSTRONG J W. Cancellation of laser noise in an unequal-arm interferometer detector of gravitational radiation[J]. *Physical Review D*, 1999, 59(10): 102003.
- [16] ARMSTRONG J W, ESTABROOK F B, TINTO M. Time - delay interferometry for space - based gravitational wave searches[J]. *The Astrophysical Journal*, 1999, 527(2): 814-826.
- [17] STAAB M, LILLEY M, BAYLE J B, *et al.*. Laser noise residuals in LISA from on - board processing and time - delay interferometry[J]. *Physical Review D*, 2024, 109(4): 043040.
- [18] BAYLE J B, HARTWIG O, STAAB M. Adapting time - delay interferometry for LISA data in frequency[J]. *Physical Review D*, 2021, 104(2): 023006.
- [19] VALLISNERI M, BAYLE J B, BABAK S, *et al.*. Time - delay interferometry without delays[J]. *Physical Review D*, 2021, 103(8): 082001.
- [20] NAM D Q, LEMIERE Y, PETITEAU A, *et al.*. TDI noises transfer functions for LISA[J]. arXiv preprint arXiv: 2211.02539, 2022.
- [21] TINTO M, DHURANDHAR S V. Time-delay interferometry[J]. *Living Reviews in Relativity*, 2021, 24(1): 1.
- [22] ARMANO M, AUDLEY H, BAIRD J, *et al.*. LISA Pathfinder platform stability and drag-free performance[J]. *Physical Review D*, 2019, 99(8): 082001.
- [23] ARMA NO M, AUDLEY H, BAIRD J, *et al.*. Lisa pathfinder[C]. *Proceedings of the 28th International Symposium on Lepton Photon Interactions at High Energies*, Sun Yat-sen University, 2020: 185-204.
- [24] HARTIG M S, SCHUSTER S, WANNER G. Geometric tilt-to-length coupling in precision interferometry: mechanisms and analytical descriptions[J]. *Journal of Optics*, 2022, 24(6): 065601.
- [25] TAO Y ZH, GAO R H, JIN H B, *et al.*. Approximate model for the coupling of far-field wavefront errors and jitter in space- based gravitational wave laser interferometry[J]. arXiv preprint arXiv: 2410.22914, 2024.
- [26] LUO Z R, WANG Q L, MAHRDT C, *et al.*. Possible alternative acquisition scheme for the gravity recovery and climate experiment follow-on-type mission[J]. *Applied Optics*, 2017, 56(5): 1495-1500.
- [27] WUCHENICH D M R, MAHRDT C, SHEARD B S, *et al.*. Laser link acquisition demonstration for the GRACE Follow-On mission[J]. *Optics Express*, 2014, 22(9): 11351-11366.
- [28] PACZKOWSKI S, GIUSTERI R, HEWITSON M, *et al.*. Postprocessing subtraction of tilt-to-length noise in LISA[J]. *Physical Review D*, 2022, 106(4): 042005.
- [29] ARMANO M, AUDLEY H, BAIRD J, *et al.*. Tilt-to-length coupling in LISA Pathfinder: a data analysis[J]. *Physical Review D*, 2023, 108(10): 102003.
- [30] GEORGE D, SANJUAN J, FULDA P, *et al.*. Calculating the precision of tilt-to-length coupling estimation and noise subtraction in LISA using Fisher information[J]. *Physical Review D*, 2023, 107(2): 022005.
- [31] HOUBA N, DELCHAMBRE S, HECHENBLAIKNER G, *et al.*. Time-delay interferometry infinity for tilt-to-length noise estimation in LISA[J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2023, 40(10): 107001.
- [32] HARTIG M S, PACZKOWSKI S, HEWITSON M, *et al.*. Post-processing subtraction of tilt-to-length noise in LISA in the presence of gravitational wave signals[J]. arXiv preprint arXiv: 2411.14191, 2024.
- [33] 王娟, 齐克奇, 王少鑫, 等. 面向空间引力波探测的激光干涉技术研究进展及展望[J]. *中国科学: 物理学 力学 天文学*, 2024, 54(7): 270405.

- WANG J, QI K Q, WANG SH X, *et al.*. Advance and prospect in the study of laser interferometry technology for space gravitational wave detection[J]. *Scientia Sinica (Physica, Mechanica & Astronomica)*, 2024, 54(7): 270405. (in Chinese).
- [34] SHEN J, WANG SH X, QI K Q, *et al.*. The suppression effect of an imaging system on the geometric tilt-to-length coupling in a test mass interferometer[J]. *Photonics*, 2024, 11(7): 638.
- [35] WANNER G, SHAH S, STAAB M, *et al.*. In-depth modeling of tilt-to-length coupling in LISA's interferometers and TDI Michelson observables[J]. *Physical Review D*, 2024, 110(2): 022003.
- [36] WANNER G, HEINZEL G, KOCHKINA E, *et al.*. Methods for simulating the readout of lengths and angles in laser interferometers with Gaussian beams[J]. *Optics Communications*, 2012, 285(24): 4831-4839.
- [37] 王智, 沙巍, 陈哲, 等. 空间引力波探测望远镜初步设计与分析[J]. *中国光学*, 2018, 11(1): 131-151.
WANG ZH, SHA W, CHEN ZH, *et al.*. Preliminary design and analysis of telescope for space gravitational wave detection[J]. *Chinese Optics*, 2018, 11(1): 131-151. (in Chinese).
- [38] 徐乾蛟, 崔冰, 王鹏程, 等. 空间引力波探测无拖曳卫星有限频域抗扰控制器设计[J]. *空间科学学报*, 2024, 44(5): 903-916.
XU Q J, CUI B, WANG P CH, *et al.*. Design of finite frequency domain disturbance rejection controller for the drag-free spacecraft in space-borne gravitational wave detection[J]. *Chinese Journal of Space Science*, 2024, 44(5): 903-916.
- [39] STORN R, PRICE K. Differential evolution-a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces[J]. *Journal of Global Optimization*, 1997, 11(4): 341-359.
- [40] KARNESIS N, KATZ M L, KORSAKOVA N, *et al.*. Eryn: a multi-purpose sampler for Bayesian inference[J]. arXiv preprint arXiv: 2303.02164, 2023.
- [41] KATZ M, KARNESIS N, KORSAKOVA N. mikekatz04 Eryn: first full release[S]. Zenodo, 2023.

作者简介:



杜明辉(1993—), 男, 河北保定人, 博士, 2022年于大连理工大学理论物理专业获得博士学位, 主要研究方向为宇宙学、空间引力波探测科学目标论证及数据分析。E-mail: duminghui@imech.ac.cn