

# 空间引力波探测中星间伪码测距建模与仿真分析

孙晨颖<sup>①②</sup> 姚未来<sup>①②</sup> 梁新栋<sup>③</sup> 贾建军<sup>\*①②③</sup>

<sup>①</sup>(中国科学院上海技术物理研究所 上海 200083)

<sup>②</sup>(中国科学院大学 北京 100049)

<sup>③</sup>(国科大杭州高等研究院 杭州 310024)

**摘要:** 为满足空间引力波探测中时延干涉算法(TDI)对米级精度星间距数据的需求, 基于激光链路建立星间绝对距离测量系统。该文以空间引力波探测太极计划为背景, 通过分析空间引力波探测中星间测距的实现原理, 设计了基于伪随机码(PRN)低深度相位调制的星间测距模型, 分析了测距精度的主要影响因素, 并基于直接数字合成器(DDS)模拟外差干涉信号, 进行了伪码测距系统的FPGA仿真验证。仿真结果表明, 采用该模型可获得的理论测距精度可达厘米量级, 达到了空间引力波探测的米级精度需求。该激光测距方案对卫星导航和天基引力波探测的工程应用具有参考价值。

**关键词:** 空间引力波探测; 星间测距; 伪码测距

**中图分类号:** TN927; TP873

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1009-5896(2025)06-1826-11

**DOI:** 10.11999/JEIT250121

**CSTR:** 32379.14.JEIT250121

## 1 引言

空间引力波探测由长基线天基激光干涉仪实现, 包括LISA<sup>[1]</sup>、天琴<sup>[2]</sup>、太极<sup>[3]</sup>等多个空间引力波探测任务预计在未来数十年内发射。以太极为例, 通过3个相距300万km的航天器形成等边三角形星组, 两两形成双向链路, 相邻两臂构成迈克尔逊干涉仪, 采用激光外差干涉测量法实现皮米级的高精度相对距离测量, 进而获取引力波信号<sup>[3]</sup>。

对于地面上严格等臂的激光干涉仪, 可实现激光频率噪声的有效共模抑制。而星间干涉仪受限于轨道运动和其他天体不可避免的摄动, 星间距离是不断变化的, 一年的臂长相对变化量达到 $\pm 1\%$ , 巨大臂长失配使得激光频率噪声成为干涉测量系统的主导噪声<sup>[4]</sup>。为了抑制激光频率噪声的影响, 采用时间延迟干涉测量算法(Time Delay Interferometer, TDI)进行数据后处理, 通过时延和线性组合得到等效的等臂干涉仪, 从而抑制激光频率噪声。TDI的时延组合依赖于米级精度的星间距离。为降低功耗和质量, 星间测距基于现有的激光链路来完成。LISA团队<sup>[5]</sup>首先提出星间测距方案, 在1 pW接收光功率下, 以3 Hz输出速率实现了42 cm的测距精度。LISA<sup>[6]</sup>后续综合伪码测距与TDI测距定标, 得到2.0~8.1 cm的测距精度, 但没有对原测距方案

进行改进。澳大利亚国立大学<sup>[7]</sup>开发了适用于LISA的伪随机噪声激光测距系统, 在3.33 Hz采样时的均方根误差约为0.19 m。国内也相继对此展开研究, 力学所<sup>[8]</sup>以太极计划为背景对星间测距进行电子学验证, 采样频率50 MHz, 得到测距精度优于1.6 m。天琴实验室<sup>[9]</sup>进行了10 km光纤的双向测距验证实验, 发射激光功率1 nW, 得到测距精度达1.2 m。

然而, 并未有文章从改进系统模型角度提高测距精度, 并且国内文章未涉及测距数据的降采样结果, 也未给出不同调制深度下测距精度的对比。该文以太极计划为背景, 基于伪随机码(Pseudo-Random Noise, PRN)码低深度相位调制, 改进星间绝对距离测量系统模型, 分析说明测距精度受限因素。应用直接数字合成器(Direct Digital Synthesizer, DDS)模拟外差干涉信号, 基于现场可编程门阵列(Field Programmable Gate Array, FPGA)仿真验证该测距系统的可行性, 并在不同调制深度下进行了单向测距、双向测距的仿真验证。

## 2 星间激光测距系统原理

### 2.1 星间激光测距原理

星间绝对距离测量选用伪随机PRN码相位调制方案, 利用电光相位调制器(Electro-Optic Modulator, EOM)通过二进制相移键控(Binary Phase Shift Keying, BPSK)方式将两者调制到激光载体上<sup>[10]</sup>。此调制方式可同时实现星间扩频通信<sup>[11]</sup>。

星间激光测距实现原理如图1所示。激光波长为1 064 nm, 发射功率约2 W的激光束经百万公里传播后, 由于光学损耗, 接收到的光功率只有

收稿日期: 2025-02-28; 改回日期: 2025-04-25; 网络出版: 2025-05-10

\*通信作者: 贾建军 jijun10@mail.sitp.ac.cn

基金项目: 国家重点研发计划(2023YFC2205401)

Foundation Item: National Key R&D Program of China (2023YFC2205401)

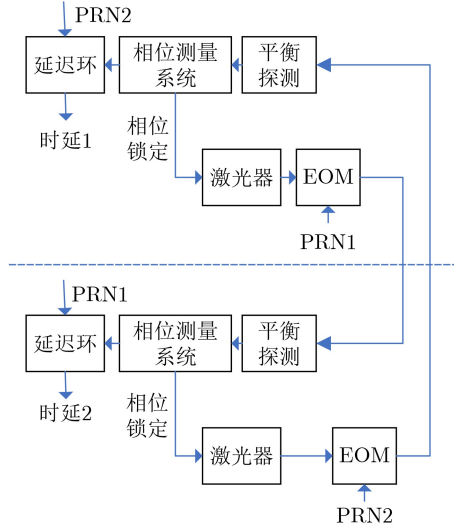


图1 星间激光测距实现原理简图

nW量级<sup>[12]</sup>，接收到的微弱光束与本地mW量级功率的激光束在光电探测器处发生干涉，从而在二者频率差处提供外差拍频。采用两个光电探测器进行平衡探测的方案以抵消部分共模噪声，例如激光强度噪声等。图1可实现星间双向测距，双星分别使用PRN1码与PRN2码作为测距码<sup>[13]</sup>。

光电探测器预期输出信号可由式(1)给出

$$P(t) = \sqrt{P_L P_R \gamma} \cdot \sin(\omega_{het} t + \Delta\phi) + n(t) \quad (1)$$

式中 $\gamma$ 表示外差效率， $P_R$ 和 $P_L$ 分别是干涉前的接收光束可用功率和本地光束可用光功率。 $n(t)$ 表示探测器输出端的散粒噪声。 $\omega_{het}$ 代表载波拍频的角外差频率，在2~20 MHz范围内<sup>[3]</sup>。 $\Delta\phi$ 是拍频信号的相位，由式(2)给出

$$\Delta\phi = \varphi_{sci} + m_{mod} \sum_{n=-\infty}^{\infty} p_s(t - nT_c - \tau) \quad (2)$$

式中 $\varphi_{sci}$ 包含科学信息和残余相位噪声的相位，区别于高速率的PRN码相位。 $m_{mod}$ 表示用于测距伪码的相位调制系数， $\tau$ 表示伪码序列从发射到接收所经历的时延。 $p_s(t)$ 表示发射端激光调制的PRN码序列， $T_c$ 是其脉冲信号的周期，即码片周期。 $\varphi_{sci}$ 将在相位测量系统中的锁相环锁定，高速率的PRN码部分将进入延迟环<sup>[14]</sup>。根据伪码测距原理，本地接收延迟环产生的PRN码和发射端的相同，利用本地接收延迟环PRN码与接收信号PRN码的相关性得出PRN码时延，结合光速获得星间绝对距离的信息。

### 2.2 调制深度选择

为使激光测距对空间引力波科学测量的影响尽可能小，拟分配给用于星间测距的光功率约百pW量级。为利于数字信号处理和FPGA实现，调制伪

码选择0和1组成的二进制序列。离散载波的功率部分 $P_c$ 和留给伪码调制的功率 $P_{mod}$ 的比值与调制系数 $m_{mod}$ 的关系<sup>[4]</sup>为

$$\frac{P_{mod}}{P_c} = \tan^2\left(\frac{m_{mod}}{2}\right) \quad (3)$$

为利于FPGA实现，调制系数选择 $\pi/2^n$  ( $n \in \mathbb{N}^+$ )。不同调制系数对应伪码等效相位波动与调制功率占比关系如图2所示。图中可以看出，调制系数等于 $\pi/8 \approx 0.4$  rad，对应伪码调制所占功率约4%。调制系数等于 $\pi/16 \approx 0.2$  rad，对应伪码调制所占功率约1%。

PRN相位调制将扩展载波的频率范围，从而导致快速的相位变化，其幅度变化与调制深度成正比。图3为相位调制深度为0.4 rad的载波时域图，低深度调制对于载波相位变化的影响很小。

## 3 接收机建模及精度限制分析

### 3.1 接收机架构模型

信号由光电探测器输出，通过信号调理电路和模数转换器后，进入测距系统的接收机架构，主要由数字锁相环(Digital Phase-Locked Loop, DPLL)和延迟锁定环(Delay-Locked Loop, DLL)组成。

#### 3.1.1 数字锁相环模型

锁相环是引力波探测中相位测量系统的核心架

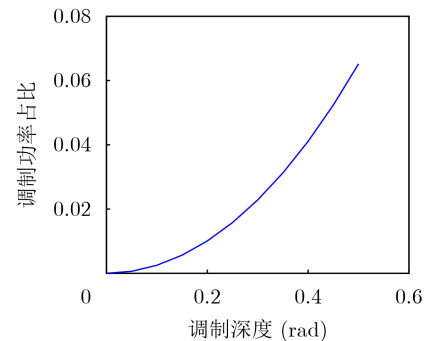


图2 调制深度与调制功率占比关系图

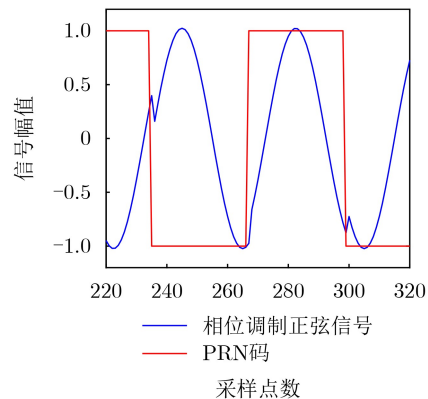


图3 相位调制0.4 rad的载波时域图



的PRN码累加扩展在80 MHz带宽上的 $40 \mu\text{rad}/\text{Hz}^{1/2}$ 散粒噪声，对应时序图如图6(a)。图中红线的PRN码被淹没在散粒噪声中，故散粒噪声是伪码自相关的重要背景噪声。如图6(b)所示，随着散粒噪声增加，伪码自相关的背景噪声越大。

### 3.2.2 通信数据编码

空间引力波探测最终依靠一个航天器与地面联络，因此需要建立星间通信链路。根据LISA<sup>[20]</sup>对于总通信数据传输速率的估算，星间通信速率不低于15 kbps。由于光功率有限，星间通信将基于此测距方案实现星间伪码扩频通信。

为减少运算负担以及便于硬件实现，在PRN码与通信数据码进行模二相加运算时，将PRN码的1024个序列长度均匀细分为 $M = 2^k$  ( $k \in \mathbb{N}$ )个数据周期，表示PRN码速率是数据速率的 $(1024/M)$ 倍。例如，采样率取80 MHz，PRN序列均匀细分为 $M=16$ 个数据周期，系统信号结构如图7所示。

数据编码对于伪码相关运算来说，相当于附加噪声。图8给出了不同通信数据速率下的PRN码与原PRN码的相关运算结果，其中 $M$ 值越大，数据速率越大。可以看出，没有数据编码的PRN码具

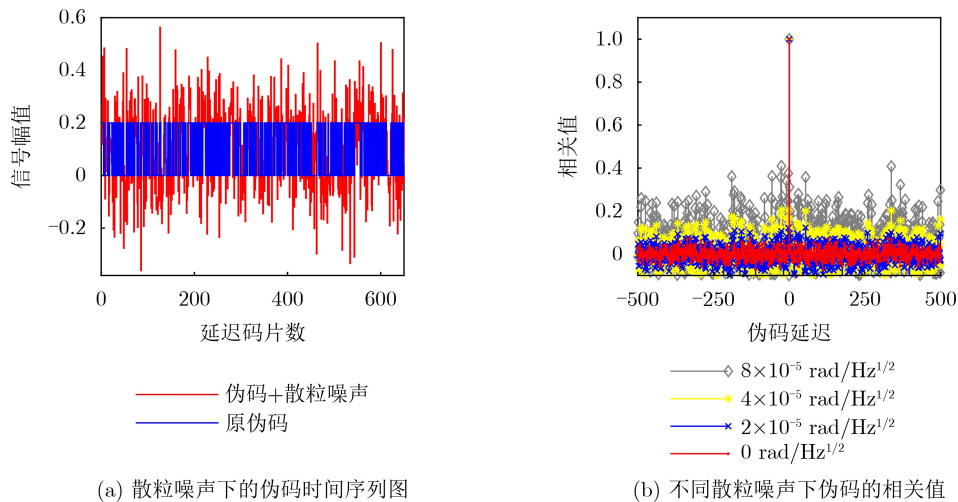
有强自相关性，随着编码数据速率的增大，PRN码自相关的背景噪声明显增大。

为减少通信编码对PRN相关性的影响，文献[4]改进了数据解扩的方式。由图7信号结构可知，不同数据周期内的PRN码相关值的区别仅是符号不同，因此，将每个数据周期内的相关值取绝对值并累加，然后再进行PRN码的捕获与跟踪，便可恢复PRN码的自相关值，如图9所示。后面仿真将对验证该方案的有效性。

### 3.2.3 码间串扰

空间引力波探测的3个航天器之间共交换6束激光，每束激光相位调制了不同的PRN码以进行不同的测距。因此，激光干涉时会出现相位上PRN码的累加，如图10(a)所示。LISA团队通过数值优化专门设计了6组PRN码用于星间测距<sup>[21]</sup>，保证了6组码之间的弱互相关性和各自的强自相关性。下面将借鉴LISA的PRN码进行仿真。如图10(b)所示，接收PRN码累加本地PRN码后，使得接收PRN码的自相关函数增加了背景噪声，但影响并不显著。

为减少本地PRN码带来的背景噪声，在相位计中再增加一个DLL通道，同时跟踪本地激光上的



(a) 散粒噪声下的伪码时间序列图

(b) 不同散粒噪声下伪码的相关值

图6 散粒噪声对伪码时序和相关运算的影响

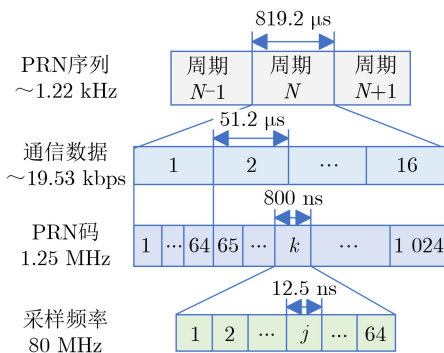


图7 数据编码信号结构图

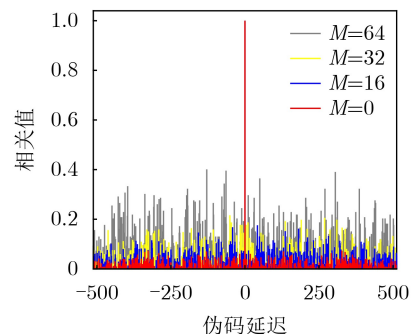


图8 不同数据速率下伪码的相关值

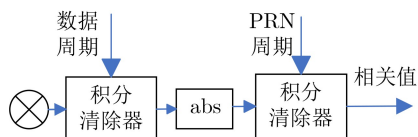


图9 数据编码改进示意图

PRN码，重建出本地激光调制的PRN码，然后从测量中减去这种确定性误差<sup>[22]</sup>，如图11所示。对于互相关的求解和误差的校正可以在地面数据后处理上进行，在此不展开研究。后面仿真将直接从DPLL输出中减去本地PRN码来验证该方案对测距精度的提高。

### 3.2.4 积分长度

对于DLL图中用于求相关值的积分清除器(Integrate and Dump)，积分长度是可以改变的，积分长度不同得到的自相关函数不同。PRN码全码长1024，分别取1/4码长、1/2码长以及全码长进行相关运算，得出的自相关函数如图12所示，当取到全码长时自相关性最好。

PRN码积分长度同样影响PRN序列的更新率。对于图7的信号结构，PRN码积分长度最长取到整码长1024，最短取到数据周期的长度16，对应的PRN序列的更新率在1.22~19.53 kHz。在该文的

仿真中，选择全码长1024作为延迟环中相关运算的积分长度，PRN序列更新率为1.22 kHz。

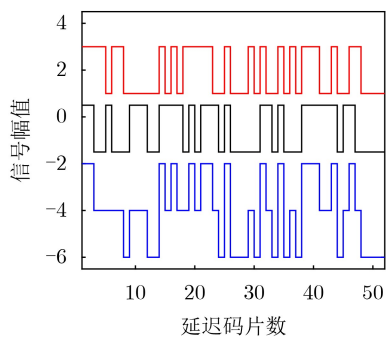
## 4 测距模型仿真结果分析

### 4.1 参数设置

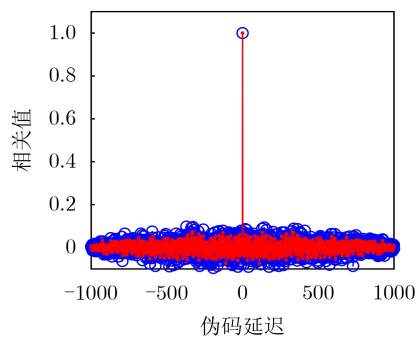
由于外差频率最大可取到20 MHz<sup>[19]</sup>，根据奈奎斯特定理，为避免信号混叠，DPLL的采样频率要大于40 MHz。该文仿真的DLL与DPLL采用同样的80 MHz采样频率，保证了较为精确的分辨率。

码片周期设计为采样时钟周期的二次幂倍数，数据周期设计为PRN码的二次幂倍数，两者均与时钟严格同步。为使PRN码能以环路误差的形式通过DPLL，伪码速率要远大于DPLL的带宽( $\approx 200$  kHz)，但是不能大于外差拍频频率。

综合考虑，本仿真模拟的载波外差频率选在6 MHz左右，时钟采样率设置为80 MHz，对应PRN的延迟分辨率为3.75 m。伪码长度选用1024，每个码片对应64个时钟周期，对应伪码速率约为1.25 MHz。PRN序列的一个周期长度对应的测距模糊度约245.76 km。深空网络(Deep Space Network, DSN)可以提供约25 km的位置分辨率<sup>[4]</sup>，因此，该周期模糊度是符合需求的。



(a) 码间串扰下的伪码时间序列图



(b) 码间串扰下伪码的相关图

图10 码间串扰下伪码的时间序列图及伪码相关图

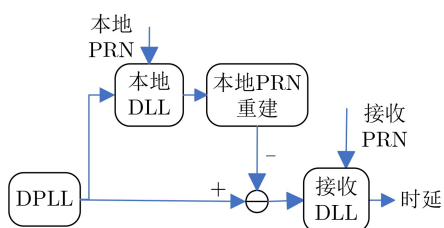


图11 码间串扰改进示意图

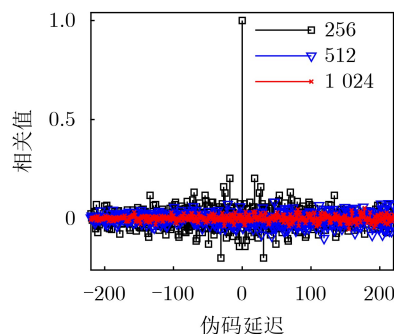


图12 不同积分长度下伪码的相关图

### 4.2 单独DLL跟踪精度验证

在不经过DPLL解调的情况下，将接收PRN码直接输入DLL进行捕获跟踪，验证DLL跟踪环路的测距性能，仿真框图如图13所示。通过改变调制端伪码地址的延迟时钟数来模拟PRN码的传输距离。接收端得到跟踪环路的反馈信号就是调制端的延迟时钟周期的数量，与一个时钟周期对应的光程相乘，得到测量的模拟传播距离。测距精度由DLL反馈信号乘以均方根差值(Root Mean Square Error, RMSE)给出。

设置散粒噪声为 $0 \mu\text{rad}/\text{Hz}^{1/2}$ ，若每路只有1个积分器，则积分周期是整个PRN码周期。若利用图9中的改进方法，在DLL每路增加1个积分器，则第1个积分器对1个数据周期内的PRN码进行积分，取绝对值后再由第2个积分器在整个PRN码周期内积分，从而消除数据编码导致PRN码符号变化。环路反馈信号通过CIC滤波器下采样至 $4.768 \text{ Hz}$  ( $3 \sim 10 \text{ Hz}$ )。

计算CIC下采样后反馈信号的RMSE值，对比测距精度如表2所示。相同速率的数据编码，环路采取两个积分器的跟踪精度明显优于1个积分器的方案，有效改善了数据编码对DLL测距精度的影响。

不考虑数据编码，在存在本地PRN码时，利用图11方法进行优化，仿真结果如表3所示。存在本地PRN时得出的测距精度比无本地PRN码干扰时差很多，当在跟踪环之前减去本地PRN后几乎恢复到无码间串扰的测距精度。因此，图11的优化方法理论上能够有效改善DLL的测距精度。

在存在数据编码和本地PRN码的情况下，同时使用图9和图11的改进方法，表4总结了模拟3种噪声源不同组合后获得的测距精度。

表4中的测距精度都低于 $0.1\text{m}$ ，因此，对于单独的DLL跟踪环来说，在存在本地PRN码串扰、数据编码和散粒噪声的情况下，得出的跟踪结果是符合测距需求的。将表4数据绘制成三维柱状图，如图14所示。在存在数据编码且数据速率相同的情

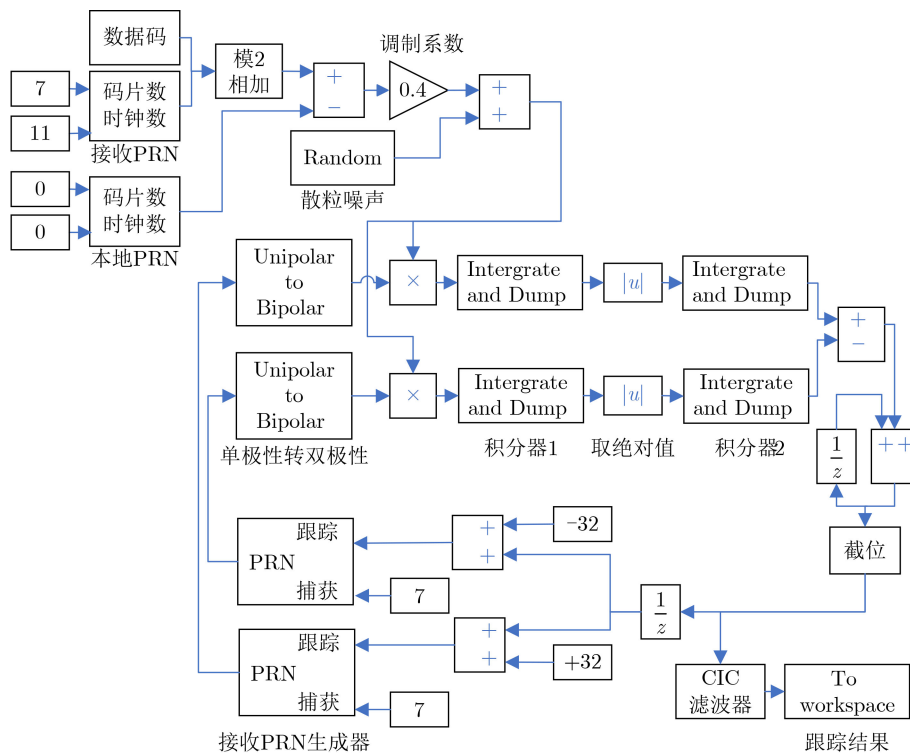


图 13 DLL跟踪环路测距性能仿真框图

表 2 不同数据速率对应的DLL测距精度(m)

数据速率(kbps)	积分器个数	测距精度
19.53	1	0.0634
19.53	2	0.0196
39.06	1	0.1408
39.06	2	0.0769

表 3 存在本地PRN码时不同散粒噪声下对应的DLL测距精度(m)

散粒噪声 ( $\mu\text{rad}/\text{Hz}^{1/2}$ )	存在本地PRN码时		
	无本地PRN	有本地PRN	减去本地PRN
0	$1.1005 \times 10^{-9}$	0.3231	$2.3550 \times 10^{-9}$
20	0.0323	0.3326	0.0327
30	0.0359	0.3390	0.0359

表4 单独DLL在不同情况下的测距精度(m)

散粒噪声 ( $\mu\text{rad}/\text{Hz}^{1/2}$ )	本地PRN码	数据速率(kbps)		
		0	19.53	39.06
0	无	$1.1005 \times 10^{-9}$	0.0196	0.0350
0	有	$2.3550 \times 10^{-9}$	0.0722	0.0769
20	无	0.0323	0.0516	0.0502
20	有	0.0327	0.0834	0.0834
30	无	0.0359	0.0536	0.0509
30	有	0.0359	0.0821	0.0848

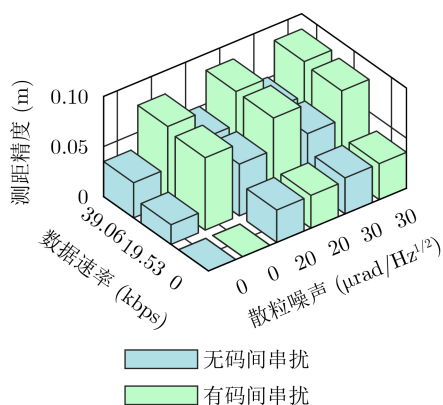


图14 DLL跟踪环路在不同情况下的测距精度

况下, 随散粒噪声的增大, 绿色柱与蓝色柱之间的高度变化量比同色柱之间的高度变化量更为显著, 即存在数据编码时, 码间串扰是影响测距精度的主要因素。在散粒噪声相同情况下, 测距精度会明显受到数据编码的限制。

### 4.3 DPLL解调后DLL跟踪结果

速率为1.25 MHz的PRN信号相位调制在6 MHz拍频信号上, 拍频信号输入DPLL, DPLL输出信号如图15(a)中的蓝线所示, 与红线的原PRN信号同步对比发现, 中间没有相位跳变的长码无法正确地恢复, 即出现了明显的失真效应。这是DPLL对宽频谱PRN码的脉冲响应特性导致的, 将影响后续DLL环路中的伪码相关性。

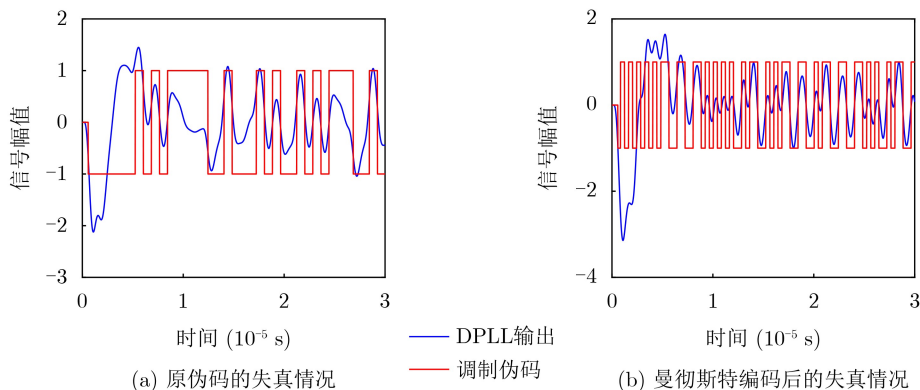


图15 曼彻斯特编码前后DPLL输出PRN的失真情况

针对这种失真情况, 通过增加PRN码的相位跳变频率或可改善。通过增加电平跳变来提高信号的抗干扰能力的编码方式有很多, 如曼彻斯特编码、4B/5B编码、8B/10B编码等, 通过编码使0和1数量相近, 减少连续相同电平。其中曼彻斯特编码操作最为简单直接, 并且编码将每一个码元都被调成两个电平, 保证了每个码元中间有一个跳变的动作, 能够最大限度地降低失真风险。编码后的DPLL输出如图15(b)中的蓝线所示。

对于编码前后的失真改善情况进行定量分析, DPLL输出50000个数据进行符号量化后, 与原PRN码进行非归一化的相关运算。曼彻斯特编码之前的相关值约45975, 进行曼彻斯特编码后的相关值约为47888。因此, 曼彻斯特编码降低了DPLL输出PRN码的错码率。这里也可以看出若将DPLL输出信号进行符号量化, 会有明显的误差。因此, DPLL输出信号进入DLL时选择不进行量化处理。

曼彻斯特编码减缓了伪码失真情况, 但代价是导致PRN码带宽加倍, 因此, 后面将以2.5 MHz的伪码速率进行仿真实验。

通过DDS生成模拟外差拍频信号, 将所设计的接收机模型基于FPGA进行仿真实验, 验证测距模型的工作性能, 仿真模型框图如图16所示。曼彻斯特编码后的一个码片对应32个时钟周期数。其中散粒噪声以相位噪声形式累加在DDS输入的信号上。

由DDS模拟6 MHz的外差信号, 设置CIC下采样速率为3 Hz, 经锁相环DPLL解调后的PRN码进入DLL捕获跟踪, 无本地PRN时为单向测距, 存在本地PRN是双向测距。不同情况下的测距精度如表5所示。其中, 载噪比对应散粒噪声的相位噪声分别为 $80 \mu\text{rad}/\text{Hz}^{1/2}$ ,  $40 \mu\text{rad}/\text{Hz}^{1/2}$ ,  $20 \mu\text{rad}/\text{Hz}^{1/2}$ 。

当伪码相位调制深度为0.4 rad的信号, 单向测距和双向测距的均方根差值RMSE均约为3 cm。单向测距同时传输19 kbps和39 kbps数据时对应测距RMSE分别约为5 cm和20 cm。双向测距只能兼

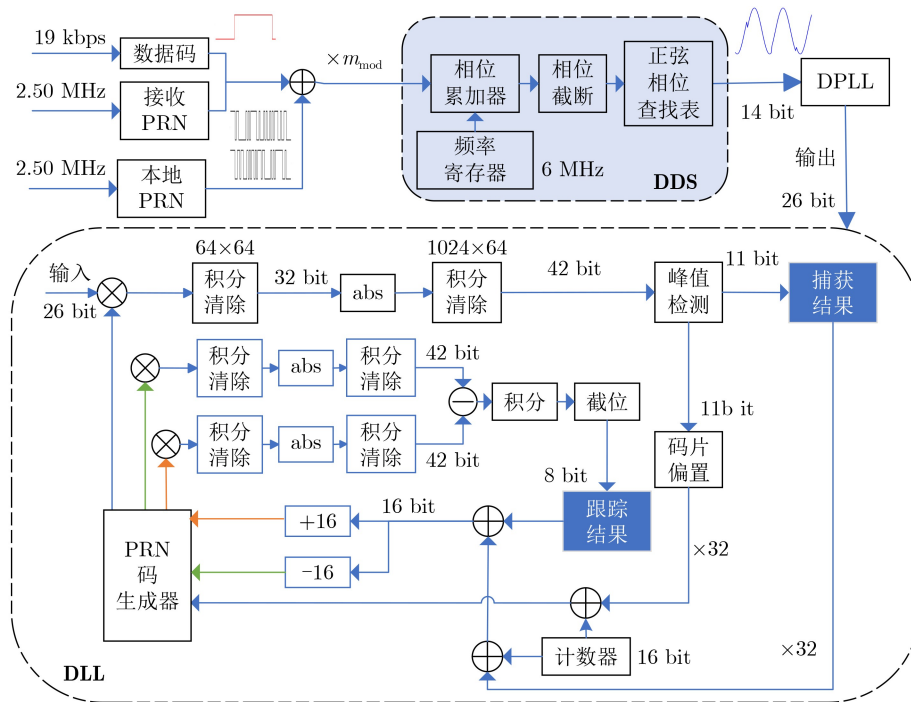


图 16 接收系统DPLL与DLL测距性能仿真框图

表 5 不同条件对应DPLL与DLL的测距精度(m)

调制深度(rad)	数据速率(kbps)	单向/ 双向测距	载噪比(dB-Hz)		
			81.94	87.96	93.98
0.4	0	单	0.0302	0.0257	0.0061
0.4	0	双	0.0332	0.0336	0.0158
0.4	19	单	0.0547	0.0456	0.0111
0.4	19	双	0.0646	0.0642	0.0310
0.4	39	单	0.2033	0.1611	0.0422
0.2	0	单	0.0599	0.0452	0.0116
0.2	0	双	0.0632	0.0498	0.0123
0.2	19	单	0.1076	0.0812	0.0211
0.2	19	双	0.1236	0.0897	0.0235

双向传输19 kbps数据，对应测距RMSE约为6 cm。伪码相位调制深度降至0.2 rad，单独测距RMSE约6 cm，同时传输19 kbps数据信息时测距RMSE值约12 cm。

对于39 kbps的通信传输，调制深度为0.4 rad时，无法实现双向测距功能，调制深度为0.2 rad时，单向和双向测距都无法实现。因为噪声太大而伪码信号太弱，导致跟踪环路反馈信号无法稳定，从而无法实现测距。

### 5 结束语

该文对于星间测距精度的主要影响因素进行了分析与改进，综合改进方案后的仿真结果表明，测距精度主要影响因素是通信数据编码和不可避免的

散粒噪声。在80 MHz的时钟采样速率下，对于伪码相位调制深度为0.4 rad的信号，双向测距兼顾传输19 kbps的数据，对应测距RMSE约为6 cm。调制深度降至0.2 rad，双向测距同时传输19 kbps的数据时测距RMSE值约12 cm。仿真结果明显优于米级精度，该测距模型对于空间引力波探测和卫星自主导航具有一定的参考价值。由于时钟同步问题较为复杂，该文默认发射端和接收端的时钟完全同步。后续将针对时钟同步问题及时变伪码的情况展开研究，对接收系统进行电子学实验进行电子学噪声分析，并搭建桌面光学等效实验进行光学验证。另外，考虑激光链路的实际情况，卫星抖动引起的激光指向抖动噪声、光程倾斜耦合噪声以及弱光环境等也会影响激光干涉测量与星间测距，这些都将成为未来需要深入讨论的问题。

### 参考文献

- [1] BENDER P L, BRILLET A, CIUFOLINI I, *et al.* LISA. Laser interferometer space antenna for the detection and observation of gravitational waves. An international project in the field of fundamental physics in space[R]. MPQ 233, 1998: 1-206.
- [2] LUO Jun, CHEN Lisheng, DUAN Huizong, *et al.* TianQin: A space-borne gravitational wave detector[J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2016, 33(3): 035010. doi: 10.1088/0264-9381/33/3/035010.
- [3] LUO Ziren, WANG Yan, WU Yueliang, *et al.* The Taiji program: A concise overview[J]. *Progress of Theoretical and*

- Experimental Physics*, 2021, 2021(5): 05A108. doi: [10.1093/ptep/ptaa083](https://doi.org/10.1093/ptep/ptaa083).
- [4] ESTEBAN DELGADO J J. Laser ranging and data communication for the laser interferometer space antenna[D]. [Ph. D. dissertation], Universidad de Granada, 2012.
- [5] ESTEBAN J J, GARCÍA A F, EICHHOLZ J, *et al.* Ranging and phase measurement for LISA[J]. *Journal of Physics: Conference Series*, 2010, 228: 012045. doi: [10.1088/1742-6596/228/1/012045](https://doi.org/10.1088/1742-6596/228/1/012045).
- [6] REINHARDT J N, STAAB M, YAMAMOTO K, *et al.* Ranging sensor fusion in LISA data processing: Treatment of ambiguities, noise, and onboard delays in LISA ranging observables[J]. *Physical Review D*, 2024, 109(2): 022004. doi: [10.1103/PhysRevD.109.022004](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.109.022004).
- [7] SUTTON A, MCKENZIE K, WARE B, *et al.* Laser ranging and communications for LISA[J]. *Optics Express*, 2010, 18(20): 20759–20773. doi: [10.1364/OE.18.020759](https://doi.org/10.1364/OE.18.020759).
- [8] 邓汝杰, 张艺斌, 刘河山, 等. 太极计划中的星间激光测距地面电子学验证[J]. *中国光学(中英文)*, 2023, 16(4): 765–776. doi: [10.37188/CO.2022-0041](https://doi.org/10.37188/CO.2022-0041).
- DENG Rujie, ZHANG Yibin, LIU Heshan, *et al.* Ground electronics verification of inter-satellites laser ranging in the Taiji program[J]. *Chinese Optics*, 2023, 16(4): 765–776. doi: [10.37188/CO.2022-0041](https://doi.org/10.37188/CO.2022-0041).
- [9] XIE Siyuan, ZENG Hanyu, PAN Yuhang, *et al.* Bi-directional PRN laser ranging and clock synchronization for TianQin mission[J]. *Optics Communications*, 2023, 541: 129558. doi: [10.1016/j.optcom.2023.129558](https://doi.org/10.1016/j.optcom.2023.129558).
- [10] EURINGER P, HECHENBLAIKNER G, SOUALL F, *et al.* Performance analysis of sequential carrier- and code-tracking receivers in the context of high-precision spaceborne metrology systems[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2024, 73: 1000510. doi: [10.1109/TIM.2023.3332388](https://doi.org/10.1109/TIM.2023.3332388).
- [11] 刘河山, 高瑞弘, 罗子人, 等. 空间引力波探测中的绝对距离测量及通信技术[J]. *中国光学*, 2019, 12(3): 486–492. doi: [10.3788/co.20191203.0486](https://doi.org/10.3788/co.20191203.0486).
- LIU Heshan, GAO Ruihong, LUO Ziren, *et al.* Laser ranging and data communication for space gravitational wave detection[J]. *Chinese Optics*, 2019, 12(3): 486–492. doi: [10.3788/co.20191203.0486](https://doi.org/10.3788/co.20191203.0486).
- [12] ZENG Hanyu, YAN Hao, XIE Siyuan, *et al.* Experimental demonstration of weak-light inter-spacecraft clock jitter readout for TianQin[J]. *Optics Express*, 2023, 31(21): 34648–34666. doi: [10.1364/OE.503164](https://doi.org/10.1364/OE.503164).
- [13] ESTEBAN J J, GARCÍA A F, BARKE S, *et al.* Experimental demonstration of weak-light laser ranging and data communication for LISA[J]. *Optics Express*, 2011, 19(17): 15937–15946. doi: [10.1364/OE.19.015937](https://doi.org/10.1364/OE.19.015937).
- [14] SWEENEY D M. Laser communications for LISA and the University of Florida LISA interferometry simulator[D]. [Ph. D. dissertation], University of Florida, 2012.
- [15] GERBERDING O, SHEARD B, BYKOV I, *et al.* Phasemeter core for intersatellite laser heterodyne interferometry: Modelling, simulations and experiments[J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2013, 30(23): 235029. doi: [10.1088/0264-9381/30/23/235029](https://doi.org/10.1088/0264-9381/30/23/235029).
- [16] 胡寿松. 自动控制原理[M]. 6版. 北京: 科学出版社, 2013: 209–213.
- HU Shousong. Principles of Automatic Control[M]. 6th ed. Beijing: Science Press, 2013: 209–213.
- [17] GARDNER F M. Phaselock Techniques[M]. 3rd ed. Hoboken: Wiley-Interscience, 2005.
- [18] 鲍爱达, 侯世豪, 郭鑫, 等. 星间链路通信收发一体化系统设计[J]. *计算机测量与控制*, 2024, 32(8): 280–286. doi: [10.16526/j.cnki.11-4762/tp.2024.08.040](https://doi.org/10.16526/j.cnki.11-4762/tp.2024.08.040).
- BAO Aida, HOU Shihao, GUO Xin, *et al.* Design of transceiver integrated system for inter-satellite link communication[J]. *Computer Measurement & Control*, 2024, 32(8): 280–286. doi: [10.16526/j.cnki.11-4762/tp.2024.08.040](https://doi.org/10.16526/j.cnki.11-4762/tp.2024.08.040).
- [19] BARKE S. Inter-spacecraft frequency distribution for future gravitational wave observatories[D]. [Ph. D. dissertation], Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover, 2015. doi: [10.15488/8405](https://doi.org/10.15488/8405).
- [20] HEINZEL G, ESTEBAN J J, BARKE S, *et al.* Auxiliary functions of the LISA laser link: Ranging, clock noise transfer and data communication[J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2011, 28(9): 094008. doi: [10.1088/0264-9381/28/9/094008](https://doi.org/10.1088/0264-9381/28/9/094008).
- [21] BRAUSE N C. Auxiliary function development for the LISA metrology system[D]. [Ph. D. dissertation], Institutionelles Repositorium der Leibniz Universität Hannover, 2018. doi: [10.15488/3511](https://doi.org/10.15488/3511).
- [22] YAMAMOTO K, BYKOV I, REINHARDT J N, *et al.* Experimental end-to-end demonstration of intersatellite absolute ranging for the Laser Interferometer Space Antenna[J]. *American Physical Society*, 2024, 22(5): 054020. doi: [10.1103/PhysRevApplied.22.054020](https://doi.org/10.1103/PhysRevApplied.22.054020).
- 孙晨颖: 女, 博士生, 研究方向为空间引力波探测中星间长基线测距与通信技术.
- 姚未来: 男, 博士生, 研究方向为空间引力波探测激光干涉仪及精密锁相环.
- 梁新栋: 男, 副研究员, 研究方向为空间激光精密测量、空间引力波探测技术.
- 贾建军: 男, 研究员, 研究方向为空间主动光电与量子精密测量、空间大口径望远镜、空间引力波探测技术.

# Modeling and Simulation Analysis of Inter-satellites Pseudo-code Ranging for Space Gravitational Wave Detection

SUN Chenying<sup>①②</sup>   YAO Weilai<sup>①②</sup>   LIANG Xindong<sup>③</sup>   JIA Jianjun<sup>①②③</sup>

<sup>①</sup>(Shanghai Institute of Technology and Physics of Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200083, China)

<sup>②</sup>(University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

<sup>③</sup>(Hangzhou Institute for Advanced Study, University of Chinese Academy of Sciences, Hangzhou 310024, China)

## Abstract:

**Objective** Inter-satellite laser interferometry for space gravitational wave detection is constrained by orbital dynamics and other perturbations, which cause continuous variations in inter-satellite distances. Therefore, laser frequency noise becomes the dominant noise source in the inter-satellite interferometry system. To suppress this noise, the Time Delay Interferometry (TDI) algorithm is applied during data post-processing, where a virtual equal-arm interferometer is synthesized by shifting and combining data streams. However, accurate TDI combinations depend on precise knowledge of absolute inter-satellite distances at the picometer level. Any deviation in these measurements may propagate into errors in the final processed data. To address this issue, an inter-satellite ranging scheme based on Pseudo-Random Noise (PRN) is proposed. This method enables both inter-satellite ranging and data communication, providing theoretical support for autonomous satellite navigation as well as inter-satellite ranging and communication in space-based gravitational wave missions.

**Methods** To reduce power consumption and spacecraft mass, the inter-satellite ranging task is implemented using existing laser links for scientific measurement. Only a small fraction of the available power is allocated to the ranging subsystem to avoid degrading the phase stability of science measurements. A low-depth Binary Phase-Shift Keying (BPSK) modulation scheme based on PRN is proposed to enable laser ranging and data communication as auxiliary functions of the high-precision inter-satellite interferometry system. The ranging system architecture incorporates a Digital Phase-Locked Loop (DPLL) for carrier synchronization and a Delay-Locked Loop (DLL) for PRN code synchronization. Theoretical limitations of ranging accuracy are systematically analyzed, including contributions from shot noise, integration time, inter-code interference, optical data bit encoding, and the impulse response of the DPLL. These analyses guide improvements in both the DPLL and DLL designs. A Direct Digital Synthesizer (DDS) is used to generate the heterodyne signal. Simulation verification of unidirectional ranging, bidirectional ranging and inter-satellite data communication is performed on a Field Programmable Gate Array (FPGA) platform.

**Results and Discussions** The simulation results (Table 2, Table 3) demonstrate that the optimization methods proposed in (Fig.9, Fig.11) effectively reduce the effects of data encoding and inter-code interference on the ranging accuracy of the delay-locked tracking loop, respectively. As shown in (Table 4), in a single delay-locked tracking loop, the dominant factor limiting ranging accuracy is data bit encoding for optical communication when the local PRN code is absent; otherwise, shot noise becomes the primary source of error. (Fig.16) illustrates the distortion of the PRN code caused by the phasemeter pulse response, and shows that Manchester encoding significantly mitigates this distortion. The final simulation results after applying all optimization techniques are summarized in (Table 5). With a modulation depth of approximately 0.4 rad, corresponding to an equivalent optical power of less than 4%, the Root Mean Square (RMS) errors for both unidirectional and bidirectional ranging are approximately 3 cm at a measurement rate of 3 Hz with an 80 MHz sampling frequency. For unidirectional ranging with data streams encoded at 19 kbps and 39 kbps, the corresponding RMS ranging errors are approximately 5 cm and 20 cm, respectively. Bidirectional ranging supports data transmission only at 19 kbps, yielding an RMS error of approximately 6 cm. When the phase modulation depth is reduced to 0.2 rad (corresponding to an equivalent optical power below 1%), the RMS ranging error is approximately 6 cm; if 19 kbps data are transmitted simultaneously, the RMS error increases to approximately

12 cm. These simulation results confirm that sub-meter absolute distance resolution is achievable under all tested conditions.

**Conclusions** Based on the Taiji plan, an absolute distance measurement scheme utilizing low-depth phase modulation of PRN codes is proposed. A receiver model based on a DPLL and a DLL is established. The limiting factors affecting inter-satellite ranging accuracy are analyzed, leading to improvements in the ranging model. The simulation results, following comprehensive optimizations, show that the primary limiting factors of ranging accuracy are unavoidable shot noise and the encoding of data bits for optical communication. At a clock sampling rate of 80 MHz, with a PRN code phase modulation depth of 0.4 rad, the bidirectional ranging RMS error is approximately 6 cm when communication data is encoded at 19 kbps. When the modulation depth is reduced to 0.2 rad, the RMS error increases to approximately 12 cm while transmitting 19 kbps data concurrently. These simulation results demonstrate a clear improvement over meter-level accuracy, and the ranging model offers valuable insights for space gravitational wave detection and satellite autonomous navigation. Given the complexity of clock synchronization, it is assumed in this study that the clocks of the transmitter and receiver are fully synchronized. Further research will address clock synchronization issues, and electrical and optical experiments will be conducted to assess the performance of the proposed architecture in future work.

**Key words:** Space gravitational wave detection; Inter-satellite ranging; Pseudo-code ranging